

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les observations des pulsars en radio montrent des variations de la densité du flux sur des échelles de temps quasi-journalières. On s'intéresse dans cette thèse en particulier à l'origine de ce comportement de la densité du flux qu'on appelle la radio scintillation. L'origine de cette scintillation est le milieu interstellaire ionisé qui est un milieu turbulent. En effet, les électrons de ce milieu, qu'on peut considérer comme aléatoire, perturbent les fronts d'ondes émises par le pulsar et les ondes sont alors dispersées en fonction de leurs fréquences produisant ainsi ce phénomène de scintillation, à différentes échelles temporelles. A grandes échelles temporelles, on l'appelle la scintillation réfractive et aux plus petites la scintillation diffractive. Le chronométrage des pulsars est ainsi un très bon moyen pour le sondage du milieu interstellaire ionisé. Certains de ces pulsars, comme le pulsar B1937+21, ont montré de fortes variations de la densité du flux lors de son chronométrage au Radiotélescope de Nançay. Ces comportements qui ont déjà été observés en direction de certaines radio sources extragalactiques sont appelés en anglais "Extreme Scattering Events", ou ESEs. L'origine de ces événements rares reste mal connue. En effet, ils sont généralement expliqués par un modèle impliquant l'existence de nuages de plasmas isolés dans la Galaxie, introduits parfois d'une façon *ad hoc*. Ils agiraient comme des lentilles réfractives en traversant la ligne de visée et produisant ainsi un ESE. L'objectif de la thèse est d'explorer une alternative plus simple pour interpréter les ESE's avec la turbulence *naturelle* du milieu interstellaire ionisé qui produit les effets de scintillation.

Dans ce travail, on fait deux types de simulations numériques des courbes de lumières du pulsar B1937+21 observé à travers le milieu interstellaire simulé par un écran de phase turbulent de Kolmogorov et dans le cadre de l'approximation de l'écran mince. On effectue le calcul sur un 'Alpha server', une première fois dans le cadre de l'optique géométrique et ensuite on fera un calcul plus complet en optique ondulatoire. On essaye de caractériser les ESE's dans les courbes de lumières simulées aux longueurs d'ondes autour de 21-cm. On vérifie la consistance de notre simulation de la scintillation interstellaire en calculant ces paramètres statistiques et on les compare aux observations et à la théorie. Les résultats obtenus sont cohérents avec la théorie et les observations bien que l'on ne trouve pas d'ESEs correspondants à ceux de B1937+21. Ce travail reste une première étape très utile pour l'étude de la scintillation interstellaire et des ESE's mais les résultats ne sont pas complètement conclusifs du fait des limitations numériques de ces calculs sur l' 'Alpha server'. Le passage sur un 'supercomputer' est nécessaire pour l'extension de ce travail.

Table des matières

1	Introduction	13
1.1	Les Pulsars	13
1.1.1	Brève Revue de la Radioastronomie et des Pulsars	13
1.1.2	Pulsars millisecondes	14
1.1.3	Observations des pulsars millisecondes à Nançay	16
1.2	Événements de scintillation forte (ESE)	17
1.2.1	Observation des ESEs	17
1.2.2	ESEs observés en direction des pulsars millisecondes	18
1.2.3	Interprétation des ESEs	19
1.3	Discussion sur l'origine des ESEs	24
2	Scintillation aux fréquences radio due au milieu interplanétaire et à l'héliosphère	27
2.1	L'héliosphère	27
2.1.1	Généralités	27
2.1.2	Caractéristiques physiques de l'héliosphère	28
2.2	La scintillation à travers l'héliosphère	30
2.3	Discussion sur l'effet de l'héliosphère	31
3	Le milieu interstellaire ionisé et la scintillation aux fréquences radio	33
3.1	Généralités sur le milieu interstellaire	33
3.1.1	Le milieu interstellaire	33

3.1.2	La scintillation aux fréquences radio	35
3.2	La turbulence dans le milieu interstellaire	36
3.2.1	La turbulence de Kolmogorov	36
3.2.2	La scintillation interstellaire	37
3.2.3	Les effets de la scintillation réfractive RISS	38
3.2.4	Caractérisation de la scintillation réfractive	41
3.3	Optique ondulatoire aux fréquences radio dans le MIS	43
3.3.1	Propagation d'une onde dans un milieu ionisé	43
3.3.2	Approximation de l'écran mince	45
3.4	Modèle de l'écran de phase pour la simulation	49
3.4.1	Calcul du champ de phase $\phi(x, y)$	49
3.4.2	La fonction de structure de la phase	52
4	Simulation de la scintillation d'un pulsar en optique géométrique	55
4.1	Principe de l'optique géométrique dans le cas d'un pulsar	55
4.2	Optique géométrique	56
4.3	Equations pour la simulation de l'intensité	57
4.4	Construction de l'écran de phase à partir d'un spectre turbulent de Kolmogorov à une dimension	58
4.4.1	Calcul du spectre de puissance entre 10^9m et 10^{13}m	58
4.4.2	Calcul de la phase de Kolmogorov $\phi(x)$	59
4.4.3	Vérification de l'algorithme de calcul de la phase de Kolmogorov	62
4.5	Résultats de la simulation de la scintillation d'un pulsar	64
4.5.1	Tests des effets de la distance sur l'observation	65
4.5.2	Calcul de l'intensité pour différents D	65
4.5.3	Calcul de l'intensité pour $D = 3 \text{ kpc}$	66
4.6	La simulation des ESEs avec $D = 3\text{kpc}$	75

4.6.1	Tests statistiques avec plusieurs écrans de phase simulés	75
4.6.2	La simulation de la scintillation à 8 GHz	75
4.7	Discussion de la simulation de la scintillation en optique géométrique	76
5	Simulation de la scintillation d'un pulsar en optique ondulatoire	97
5.1	La diffraction	97
5.1.1	Introduction	97
5.1.2	L'intégrale de Fresnel-Kirchhoff avec l'écran de phase	98
5.1.3	L'approximation de Fresnel à la distance de 1kpc	100
5.2	Calcul des fluctuations de l'intensité et des TOA d'un pulsar	101
5.2.1	Les résidus de chronométrage d'un pulsar	101
5.2.2	L'intensité d'un pulsar	103
5.3	Construction de l'écran de phase $\phi(x, y)$	105
5.3.1	Descriptif de la méthode de calcul	105
5.3.2	Test : Construction d'un écran de phase de forme carré de 1024×1024 pixels	106
5.3.3	Construction d'un écran de phase rectangulaire	107
5.4	Première simulation de la scintillation sur une durée de 8 ans	115
5.4.1	Descriptif de la méthode	115
5.4.2	Résultats préliminaires	116
5.4.3	Discussion sur la simulation préliminaire	121
5.5	Tests : Calculs de spectres dynamiques du pulsar B1937+21	124
5.6	Scintillation de B1937+21 simulé pendant 7 ans	128
5.6.1	Construction de l'écran de phase de Kolmogorov	128
5.6.2	Résultats et caractérisation de la scintillation	132
5.7	Discussion et perspectives	140
6	Conclusion	145

A	Relation entre les spectres de puissance P_{3N} et P_{1N}	i
B	Algorithme pour le calcul de l'écran de phase	i
C	Représentation de la distribution du champ ϕ	i
D	The P_{3N}-$P_{2\Phi}$ relationship	i
E	Article :	i

Table des figures

1.1	Principe d'émission d'un pulsar lors de sa rotation [site web ; JPL/NASA].	15
1.2	La densité du flux du QSR 0954+658 à 2.7 GHz et 8.1 GHz. Le comportement du flux, aux deux fréquences, montre un ESE entre 1980.95 et 1981.3 (Fiedler <i>et al.</i> , 1987).	18
1.3	La densité du flux du PSR B1937+21 à trois fréquences mesurée à Nançay. Les périodes d'ESEs sont distinguées avec des cercles [LRC98].	19
1.4	La densité du flux du PSR J1643-12 à 1410 MHz (<i>haut</i>) et 1280 MHz (<i>bas</i>) mesurée à Nançay (Maitia, Lestrade & Cognard 2003).	20
1.5	Schéma montrant l'effet du nuage de plasma turbulent (SB model) sur la réfraction des rayons d'une source externe à haute et à basse fréquence (Verschuur, 1989).	22
1.6	Schéma montrant l'effet du nuage de plasma dont le profil de la densité électronique est Gaussien (RD model) sur la réfraction des rayons d'une source ponctuelle (Clegg <i>et al.</i> 1998). On voit les deux régions de focalisation des rayons qui correspondent aux 2 maxima de la courbe de l'intensité et la région de défocalisation qui correspond au minimum de cette courbe.	23
2.1	L'héliosphère, l'onde de choc qui se trouve à l'avant du Soleil ou bow shock (BS), est due au mouvement relatif du Soleil par rapport au gaz interstellaire (Izmodenov <i>et al.</i> , 1999).	29
2.2	Les fluctuations de la source radio 3C273 observée à $41 R_{\odot}$ du Soleil, avec les télescopes de 64 m et 26 m, par Ekers et Little (1971).	30
3.1	Spectre dynamique de B1937+21 mesuré par Ryba (1991) à l'Observatoire d'Arecibo. Les speckles de scintillation sont caractérisés par une échelle de temps t_d de quelques minutes et une bande de décorrélation $\nu_{dc} \sim 0.5$ MHz.	39

3.2	Courbe logarithmique du spectre de puissance à trois dimensions de la densité électronique du milieu interstellaire ionisé en fonction de la fréquence spatiale. La courbe en points représente le spectre de Kolmogorov d'échelle externe = 10^{18} m et d'échelle interne de 10^5 et 10^8 m. La courbe en tirets-points représente le spectre de puissance d'indice spectral = 4, normalisée pour passer à travers les points mesurés à partir des observations (Armstrong, Rickett & Spangler, 1995).	40
3.3	La fonction d'autocorrélation pour des fluctuations relatives de la densité du flux. Elle est exprimée en termes de la constante sans-dimensions K et en fonction des décalages temporels, normalisés par σ/v	42
3.4	Propagation d'un rayon à travers l'écran turbulent d'épaisseur L	47
3.5	L'écran turbulent qui provoque la scintillation réfractive	49
3.6	Courbe logarithmique de la fonction de structure de phase du milieu interstellaire ionisé local à 1GHz et une distance de 1kpc; les différents symboles correspondent à ceux de la figure 3.2. La courbe en points correspond au spectre de puissance de Kolmogorov avec une échelle externe de 10^{18} m et une échelle interne de 10^5 et 10^8 m. La courbe en tirets-points représente le spectre d'indice spectral = 4 son échelle externe est de 10^{13} et $\gg 10^{18}$ m; normalisée pour passer à travers les points obtenus à partir des observations (Armstrong, Rickett & Spangler, 1995).	53
4.1	La phase turbulente de Kolmogorov, partie réelle (<i>trait plein</i>) de $\sigma_\phi = 7 \cdot 10^4$ Rd et partie imaginaire (<i>tirets</i>). Elle est calculée dans l'approximation de l'écran mince avec $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$ et $L = 1 \text{ kpc}$	61
4.2	Courbe logarithmique du spectre de puissance à trois dimensions de la densité électronique, calculé à partir de la fonction de phase en fonction de la fréquence spatiale q entre les échelles de 10^{-9} m et 10^{-13} m. Il représente le spectre de puissance de Kolmogorov, sa pente est égale à $(-11/3)$	62
4.3	Courbe logarithmique de la fonction de structure de la phase $\phi(x)$ de Kolmogorov en fonction de l'échelle spatiale ρ . Sa pente est $\simeq 1.649$ entre les échelles $\sim 10^9$ m et $\sim 10^{13}$ m. La pente théorique est de $5/3 = 1.666$	63
4.4	L'angle de réfraction calculé à partir de la fonction de phase de Kolmogorov (Figure 4.1). Le <i>rms</i> de ces fluctuations est $\sigma_\theta = 1.2 \cdot 10^{-9}$ rad. . .	64
4.5	Propagation des rayons issus de l'écran de phase turbulent.	66

4.6	Schéma montrant l'effet réfractif de l'écran de phase de Kolmogorov. Il montre la trajectoire des rayons x_i après avoir traversé l'écran de phase de Kolmogorov de ~ 10 ans. La distance D a été prise exagérément grande pour mieux illustrer le phénomène réfractif.	67
4.7	Le gain calculé, durant les 10 ans de simulation, avec une distance de l'écran de phase de 3 kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On distingue '4 ESEs' que nous avons marqué par un lissage. Le phénomène de scintillation classique est superposé.	68
4.8	<i>haut</i> Agrandissement sur les 6 mois incluant l'ESE 4 de la propagation des rayons et <i>bas</i> l'observation durant ces 6 mois; avec $D = 3$ kpc. . . .	73
4.9	Fonction d'auto-corrélation de l'intensité simulée de B1937+21 à 1410 MHz.	74
4.10	Variation du gain à 8 GHz sur des périodes de 20 jours durant $2\frac{1}{2}$ ans; avec $D = 3$ kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue aucun phénomène d'ESE. On observe uniquement le phénomène classique de scintillation.	77
4.11	La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation; avec $D = 0.5$ kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.	82
4.12	La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation; avec $D = 1$ kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.	87
4.13	La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation; avec $D = 2$ kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.	92
5.1	Exemple d'un schéma de l'étude de la diffraction (Goodman, 1972). . .	99
5.2	Observation d'une ouverture rectangulaire simulée par notre modèle (<i>Fig - gauche</i>). Variation de l'intensité observée le long de l'axe x_0 et Δx_0 est la largeur du lobe principal (<i>Fig - droite</i>).	105
5.3	L'écran de phase de Kolmogorov à 2 dimensions en fonction de x et de y sur des échelles allant de $1.25 \times 10^7 \text{ m}$ à $1.28 \times 10^{10} \text{ m}$	108
5.4	En haut, une coupe de la fonction de phase de Kolmogorov suivant x avec $C_n^2 = 10^{-2.75} \text{ m}^{-20/3}$; $\nu = 1$ GHz et $L = 3.6 \text{ kpc}$. En bas, la fonction de structure correspondante.	109

5.5	En haut, une coupe de la fonction de phase de Kolmogorov suivant y avec $C_n^2 = 10^{-2.75} \text{ m}^{-20/3}$; $\nu = 1\text{GHz}$ et $L = 3.6\text{kpc}$. En bas, la fonction de structure correspondante.	110
5.6	Schéma montrant le principe de notre algorithme. Pour chaque observation, on calcule le spectre dynamique de l'intensité à partir de l'IFK intégrée sur la surface R_{Int}^2 de l'écran. L'observation de la densité de flux sur une durée de quelques années correspond à un déplacement de cette région R_{Int}^2 sur l'écran de phase le long de l'axe des x	114
5.7	Intensité normalisée (<i>haut</i>) et TOA géométrique du PSR B1937+21 (<i>bas</i>) sur la période de 8 ans; $\sigma_{TOA} = 0.119 \mu\text{sec}$	118
5.8	Retard dispersif TOA_{DM} produit par l'écran de phase de Kolmogorov.	119
5.9	L'intensité du PSR B1937+21 simulée à trois radiofréquences à travers un écran de phase de Kolmogorov. Les périodes identifiées comme des ESEs sont marquées par des paires de lignes verticales.	120
5.10	Fonctions d'autocorrélation de l'intensité simulée aux 3 fréquences. Les échelles réfractives correspondantes aux fréquences sont de l'ordre de $t_r = 80 \pm 10$ jours. Les valeurs de t_r sont trop longues par rapport à celles obtenues des observations de B1937+21.	121
5.11	Spectres dynamiques simulés de B1937+21 sur 16 points successifs, de la courbe de lumière, durant l'ESE 5. Les intensités calculées à 1410 MHz sont normalisées pour chacun des spectres dynamiques. La résolution en temps est de 15-min/pixel et en fréquence 1-MHz/pixel.	122
5.12	Spectres dynamiques simulés de B1937+21 sur 16 points successifs, de la courbe de lumière, en dehors des ESEs. Durant la turbulence journalière autour de 4.5 ans. Les intensités calculées à 1410 MHz sont normalisées pour chacun des spectres dynamiques. La résolution en temps est de 15-min/pixel et en fréquence 1MHz/pixel.	123
5.13	Fonctions de structures suivant x (bas) et y (haut) de l'écran de phase de Kolmogorov simulé sur $32\text{k} \times 32\text{k}$. Les fonctions de structures passent bien par 1 Rd^2 pour l'échelle de cohérence $r_{coh} = 2.66 \cdot 10^7 \text{m}$ ($\text{Log}_{10} 2.66 \cdot 10^7 = 7.42$). Les pentes suivant x et y sont respectivement de 1.634 et 1.666	126
5.14	Spectres dynamiques (gauche) et ACF (droite) du pulsar B1937+21 simulés avec un calcul sur 3 surfaces d'intégrations différentes de l'écran de phase. L'écran de phase est échantillonné avec un pas $\Delta r = 5 \cdot 10^7 \text{ m}$. Les ACF sont normalisées et présentées sur 6 niveaux equidistants. Les tailles des speckles de diffraction sont lues à partir du 3 ^{eme} contour de l'ACF.	127

5.15	Spectres dynamiques (gauche) et ACF (droite) du pulsar B1937+21 simulés avec un calcul sur une même surface d'intégrations de l'écran de phase $R_{Int} = \pm 152 r_F$. Les ACF sont normalisées et présentées sur 6 niveaux equidistants. Les tailles des speckles de diffraction sont lues à partir du 3 ^{eme} contour de l'ACF.	129
5.16	<i>Haut</i> : Fonction de structure obtenue pour un écran de phase de Kolmogorov suivant une coupe en x ; avec $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m ($\text{Log}_{10} 4.25 \cdot 10^7 = 7.63$). <i>Bas</i> : Résidus r obtenus à partir d'un <i>ajustement</i> d'une droite de pente 1.87	130
5.17	<i>Haut</i> : Fonction de structure obtenue pour un écran de phase de Kolmogorov suivant une coupe en y ; avec $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m ($\text{Log}_{10} 4.25 \cdot 10^7 = 7.63$). <i>Bas</i> : Résidus r obtenus à partir d'un <i>ajustement</i> d'une droite de pente 1.60	131
5.18	Spectre dynamique normalisé du pulsar B1937+21 à 1.41 GHz simulé à travers un écran de phase de Kolmogorov. L'IFK est intégrée sur une surface de taille $\pm 130 r_F$. L'intensité est présentée sur 10 niveaux équidistants. Les tailles des speckles de diffractions sont distinguées par l'indice 0.5 et correspondent aux largeurs à mi-hauteur des pics du spectre dynamique.	133
5.19	Intensité du pulsar B1937+21 à 1.41 GHz simulée à travers un écran de phase de Kolmogorov. L'IFK est intégrée sur une surface de taille $\pm 130 r_F$. La valeur de $m_r = 0.22$ est en accord avec la valeur mesurée des observations de B1937+21. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.	134
5.20	Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.4GHz. On déduit l'échelle réfractive qui correspond à la largeur à mi-hauteur et est $t_r = 15$ jours.	135
5.21	<i>Fig haut</i> : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. <i>Fig bas</i> : le <i>rms</i> relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.	136
5.22	Intensité normalisée du pulsar B1937+21 à 1.7GHz simulée à travers l'écran de phase de Kolmogorov. L'indice de modulation de $m_r = 0.25$. Cette figure ne montre pas d'ESEs apparants. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.	137
5.23	Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.7GHz. On déduit que l'échelle réfractive est de l'ordre de 10 à 20 jours.	138
5.24	<i>Fig haut</i> : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. <i>Fig bas</i> : le <i>rms</i> relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.	139

5.25	Intensité normalisée du pulsar B1937+21 à 1.28GHz simulée à travers l'écran de phase de Kolmogorov. L'indice de modulation de $m_r = 0.20$. Cette figure ne montre pas d'ESEs apparants. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.	141
5.26	Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.28GHz. On déduit que l'échelle réfractive est de l'ordre de 15 jours.	142
5.27	<i>Fig haut</i> : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. <i>Fig bas</i> : le <i>rms</i> relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.	143
B.1	Schéma montrant la structure du tableau $P_{2\Phi}$ à 2 dimensions, de taille $(B \times N) \times N$. Le tableau est organisé en B blocs de J sous-blocs et 1 sous-bloc = $[K \text{ lignes} \times N \text{ pixels}]$. L'IFK est intégrée sur J pavés successifs pour chaque observation simulée, et v_r est la vitesse relative entre la source et l'observateur simulés.	v
B.2	Organigramme du calcul de la TF à 1 dimension des N colonnes à partir d'une soubroutine FFT à 1D. Le calcul est fait M fois par paquet de L colonnes et les TF sont sauvegardées simultanément dans M fichiers binaires <i>FILE.X</i> . Ces TF correspondent à $FFT_{1D_x}^{-1}$ dans l'équation B.5.	vi
B.3	Organigramme du calcul de la TF à 1 dimension des $B \times N$ lignes à partir d'une soubroutine FFT à 1D. Le calcul est fait $B \times J$ fois par paquet de K lignes et les TF sauvegardées simultanément dans des fichiers binaires <i>PHASE.b</i> , $b=1, B$. Ces TF correspondent à $FFT_{1D_y}^{-1}$ dans l'équation B.5.	vii
C.1	La distribution de 2^{19} phases aléatoires sur 128 boites. Sa variation relative est de 1% on la considère comme étant uniforme.	ii
C.2	La distribution de 1024 phases ϕ sur 32 boites. La courbe en trait et points est un ajustement d'une fonction Gaussienne sur l'histogramme de ϕ	iii

Chapitre 1

Introduction

1.1 Les Pulsars

1.1.1 Brève Revue de la Radioastronomie et des Pulsars

En 1931, Karl Jansky du Bell Telephone Laboratories (New Jersey) a fait différentes expériences avec son antenne radio dipolaire sur le site du Green Bank afin d'étudier les performances du système radiotéléphonique, qu'il venait d'inventer, aux ondes courtes. Il a remarqué ainsi un signal radio statique qui apparaissait tous les jours, décalé de 4 minutes. Ce décalage qui fut le lien entre l'observateur et le reste de l'univers indiqua que l'origine du signal n'était pas terrestre. Ceci va étendre l'astronomie au domaine radio ce qui deviendra ensuite la *radioastronomie*. On a alors utilisé la radioastronomie pour l'observation de notre Galaxie, l'étude des sources galactiques et extragalactiques, et du fond cosmique.

Après la découverte du neutron en 1932 par J.Chadwick, L.D.Landau émet l'idée que des étoiles denses pourraient exister composées principalement de neutrons. En 1934, les astronomes W.Baade et F.Zwicky émettent l'hypothèse que la source d'énergie à l'origine des supernova est l'énergie potentielle gravitationnelle. Elle serait libérée par l'effondrement du cœur d'une étoile massive en étoile à neutrons. Les premiers calculs de la structure interne des étoiles à neutrons sont effectués par J.R.Oppenheimer et G.Volkoff (1939) en supposant que l'étoile est entièrement constituée de neutrons qui forment un gaz de Fermi dégénéré. L'interaction (forte) entre ces neutrons s'opposerait à la gravitation. Au début de 1967, F. Pacini émet l'idée que la source d'énergie de la Nébuleuse du Crabe (Messier 1, reste de la supernova 1054 dans la constellation du taureau) est une étoile à neutrons.

Vers les années soixante Antony Hewish à l'Université de Cambridge, s'est intéressé à la scintillation radio, provoquée par la réfraction des signaux par les électrons du vent

solaire, afin d'étudier la taille apparente des radio-sources et distinguer ainsi entre les Quasars (découverts en 1963) et les radio-Galaxies. En août 1967 et au cours d'observations nocturnes, son étudiante Jocelyn Bell remarqua un signal de fortes variations et très régulières, alors que l'effet du vent solaire devrait être faible la nuit. Après un mois d'observations, il devint évident que la position de la source du signal était fixe dans le ciel. Les observations montrèrent une série de *pulses* très rapide, avec un pulse par 1.3373011 secondes. Plusieurs sources radio de ce type, appelées "pulsars", ont été ainsi détectées. Le premier pulsar découvert est connu aujourd'hui sous le nom de PSR B1919+21 (cf. Hewish *et al.*, 1968).

En juin 1968, T.Gold, identifie le pulsar comme une étoile à neutrons en rotation et qui émet ses signaux (comme un phare) en raison du non-alignement de son axe de rotation avec ses pôles magnétiques (cf. Figure 1.1). Il prédit une très légère augmentation de la période, \dot{P} , du fait de la perte d'énergie de rotation par le fort vent de particules et par rayonnement électromagnétique (pour le B1919+21, $\dot{P} = 1.34809 \times 10^{-15}$). De plus, le champ magnétique s'affaiblit au cours du temps en raison de la résistivité non nulle des étoiles à neutrons.

On définit l'indice de freinage (ou de ralentissement) ' n ' du pulsar à partir des observables Ω , $\dot{\Omega}$ et $\ddot{\Omega}$; où $\Omega=2\pi/P$ est la vitesse angulaire de rotation du pulsar, et il s'écrit $n = \frac{\Omega\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2}$. Dans le cas d'une dissipation de l'énergie par rayonnement dipolaire magnétique, l'indice de freinage n vaut 3 (cf. Lyne & Graham-Smith, 1998). De plus, l'âge du pulsar correspond à la durée de son ralentissement. En effet, les étoiles à neutrons sont formées avec une très grande vitesse de rotation, donc un très petit P , et ne font que ralentir. L'âge caractéristique du pulsar, τ , se calcule en considérant la période du pulsar nulle à sa naissance et pour $n = 3$ on a $\tau = P/2\dot{P}$ (cf. Lyne & Graham-Smith, 1998). D'autres radiotélescopes se sont mis à la recherche des "pulsars", comme le radiotélescope de Nançay qui a effectué un *survey* entre 1996 et 1998.

Après la découverte de centaines de pulsars, on a remarqué que la plupart des pulsars 'alimentés' par la rotation n'émettent que dans le domaine radio. Certains pulsars comme le pulsar du Crabe émettent dans tout le domaine du spectre électromagnétique. En traçant leur distribution dans la Galaxie, on voit que les pulsars sont concentrés au niveau du plan galactique (cf. Taylor *et al.*, 1993).

1.1.2 Pulsars millisecondes

En 1982, le premier pulsar à rotation rapide a été découvert avec le radiotélescope d'Arecibo par D. C. Backer et S.R.Kulkarni de l'Université de Berkeley. Depuis cette découverte plus de 90 pulsars rapides de ce genre ont été découverts. Ces pulsars seront alors baptisés "pulsars millisecondes" à cause de leurs périodes de rotation très courtes, de l'ordre de quelques millisecondes. Le premier pulsar découvert, B1937+214, est encore aujourd'hui le pulsar milliseconde le plus rapide avec sa période de rotation

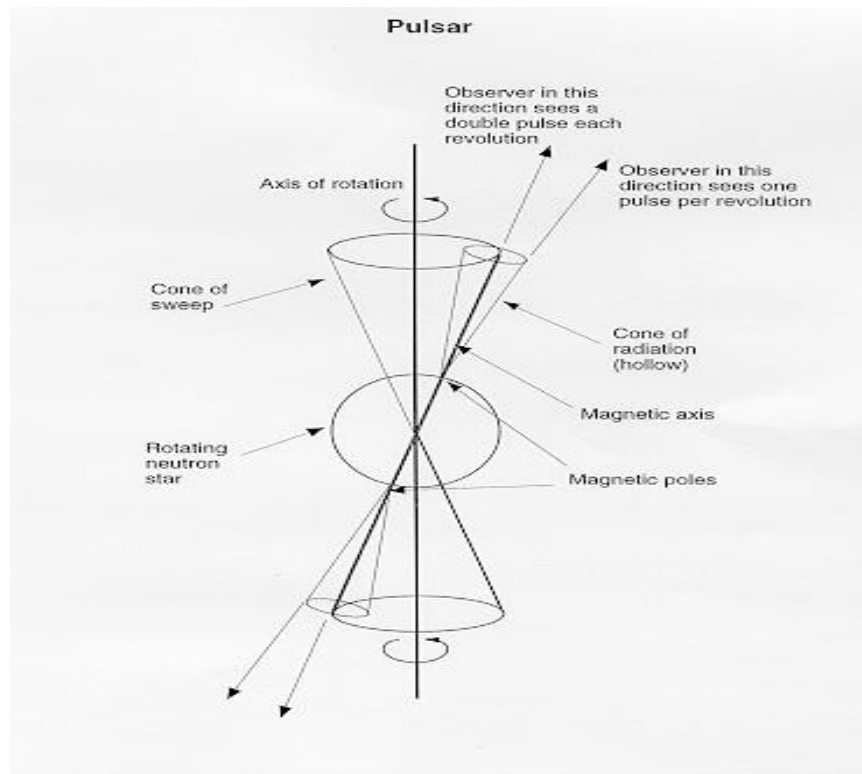


FIG. 1.1 – Principe d’émission d’un pulsar lors de sa rotation [site web ; JPL/NASA].

de 1.558 ms (cf. Backer *et al.*, 1982). Cette période très courte laissait croire que le B1937+21 était très jeune et elle aurait alors dû croître très vite. Par contre, les observations ont plutôt montré une croissance très lente impliquant ainsi un âge très élevé. En effet, les pulsars millisecondes (P est de l’ordre de quelques ms) tournent trop vite pour avoir été formés dans un effondrement gravitationnel ; un pulsar tout juste issu d’une supernova comme le pulsar du Crabe, âgé de ~ 950 ans, a une période supérieure ($P = 33$ ms). De plus, le champ magnétique des pulsars millisecondes est très faible, ce qui signifie qu’il s’agit d’objets âgés. D’autre part, la plupart des pulsars millisecondes ont été détectés dans les amas globulaires où aucune explosion de supernova n’a eu lieu depuis des millions d’années, donc leur âge ne peut pas être de quelques millions d’années.

Ceci a abouti à interpréter l’origine des périodes très courte des pulsars millisecondes avec un scénario de “recyclage”, c’est-à-dire les pulsars millisecondes auraient été accélérés à un moment donné de leur existence. Cette accélération serait possible si le pulsar milliseconde a fait partie d’un système binaire. En fait, la majorité des pulsars millisecondes font bien partie de pulsars binaires, appuyant l’hypothèse du “recyclage”.

On pense ainsi que les pulsars millisecondes sont issus de binaires X de faible masse (LMXRB : Low Mass X-Ray Binary). Dans ces systèmes, le compagnon emplit son lobe de Roche et transfère de la matière à l’étoile à neutrons. Cette accréation de matière sur

l'étoile à neutrons s'accompagne d'un transfert de moment cinétique, d'où l'accélération du pulsar.

Il devint ainsi clair que le pulsar solitaire B1937+21 devrait être originaire d'un système binaire. Les amas globulaires, où environ 20% des LMXRB sont localisées, furent les cibles des recherches de pulsars millisecondes. Plusieurs pulsars millisecondes furent ainsi découverts, comme B1821-24 dans l'amas globulaire (M28) (cf. Lyne *et al.*, 1987) ainsi que le pulsar binaire PSR1957+20, qui présente des éclipses à chaque rotation autour de son compagnon. Ceci confirme qu'il s'agit bien d'un pulsar binaire, avec une période orbitale de 8 heures (cf. Fruchter *et al.*, 1988 ; Ryba & Taylor, 1991 ; Nice & Thorsett, 1992).

L'importance du chronométrage des pulsars millisecondes est due au fait qu'ils constituent des horloges ultra-stables. Leur chronométrage permet de mesurer le potentiel gravitationnel de la Galaxie, de déceler les corps en orbite autour d'eux, ou encore l'exploration du milieu interstellaire turbulent et qui nous intéressera dans cette thèse.

1.1.3 Observations des pulsars millisecondes à Nançay

Depuis 1988, à l'initiative de J-F Lestrade, un programme de chronométrage de pulsars millisecondes se déroule au radiotélescope de Nançay¹. Cet instrument méridien peut suivre une source environ 1 heure par jour. La surface collectrice est de 7000-m² et est équivalente à une antenne de 93-m de diamètre. Les antennes, situées sur le chariot focal du radiotélescope, sont au nombre de trois pour recevoir trois bandes de fréquences autour de 1410 MHz, 1660 MHz et 3330 MHz. Ce sont des cornets métalliques dont les dimensions augmentent avec la longueur d'ondes. Ils reçoivent ainsi le champ électrique de polarisation horizontale et verticale.

Afin d'intégrer le signal dispersé d'un pulsar pour atteindre un rapport signal sur bruit suffisant, un récepteur à balayage de fréquence a été construit à Nançay. Il est utilisé depuis plus de 10 ans avec succès pour le chronométrage de 5 pulsars millisecondes et le suivi de leurs densités de flux (cf. Maitia, 1998 ; Cognard, 1993a).

Depuis 1996, une nouvelle machine d'acquisition de données de pulsars, la NBPP (Navy Berkeley Pulsar Processor), fabriquée par deux équipes américaines (US Naval Research Laboratory et l'Université de Berkeley) et installée à Nançay, est utilisée aussi pour le chronométrage des pulsars. Cette instrumentation est constituée d'une banque de 96-filtres et peut intégrer une largeur de bande de 192-MHz. Sa grande sensibilité permet le chronométrage d'une vingtaine de pulsars millisecondes supplémentaires à Nançay. Depuis la rénovation du radiotélescope (FORT : Foyer Optimisé pour le RadioTélescope)

¹Le radiotélescope de Nançay est situé à 250 km de Paris dans le Cher.

en 2000, on gagne un facteur ~ 2.2 en sensibilité pour le radiotélescope et on peut couvrir 2 gammes de fréquences 1.1-1.7 GHz et 1.6-3.5 GHz.

Ces instrumentations ont permis de mener un programme de chronométrage des pulsars millisecondes avec une très haute précision. Ce programme a permis la détection de plusieurs événements particuliers de scintillation forte appelés “Extreme Scattering Events”, ou “ESE”, et d’étudier leurs signatures à la fois dans leurs densités de flux et leurs résidus de chronométrage. Le pulsar B1937+21 a montré 5 événements de ce type depuis 1989 (cf. Lestrade, Rickett & Cognard, 1998 [LRC98 dans la suite]; Cognard *et al.*, 1993b), et le pulsar J1643-1224 a montré un très long événement entre 1997 et 1999 (Maitia, Lestrade & Cognard, 2003). L’interprétation des courbes de lumières radio des pulsars et des quasars durant ces événements de scintillation forte (ESE) a conduit à faire l’hypothèse de l’existence de nuages isolés dans le milieu interstellaire ionisé.

1.2 Événements de scintillation forte (ESE)

1.2.1 Observation des ESEs

Des variations régulières de longues durées ont été observées pour la première fois dans le flux du quasar 0954+658 au Green Bank Interferometer (GBI) en 1987 (cf. Fig 1.2). Ce fut le premier événement de scintillation forte découvert (Fiedler *et al.*, 1987). Cet événement spectaculaire fut alors appelé “Extreme Scattering Event”, ou “ESE”, à cause du modèle utilisé pour l’interpréter. Ces événements sont rares. Le recensement le plus récent indique que 15 événements (ESE) ont été identifiés dans les courbes de lumières radio de 12 quasars parmi les 149 radio sources suivies entre 1979 et 1996 au GBI à 2.3 et 8.4-GHz (Lazio *et al.*, 2001). Ces événements sont tous caractérisés par la même variation des courbes de lumières radio, c’est-à-dire un minimum de la densité du flux qui peut atteindre 50% de sa valeur moyenne entouré ou non de deux maxima, et dont la durée est de quelques semaines à quelques mois. L’ESE le plus long, observé sur le quasar 2352+495, atteint une durée de 18 mois (cf. Fiedler *et al.*, 1994).

En 1993, pour la première fois, un ESE fut observé en direction du pulsar milliseconde B1937+21 (Cognard *et al.*, 1993b). Par la suite, plusieurs ESEs ont été observés durant le programme de chronométrage des pulsars millisecondes de Nançay; le pulsar B1937+21 a montré 5 événements entre 1988 et 1996 [LRC98] et le pulsar J1643-12 a montré un ESE de très longue durée entre 1997 et 1999 (Maitia, Lestrade & Cognard, 2003).

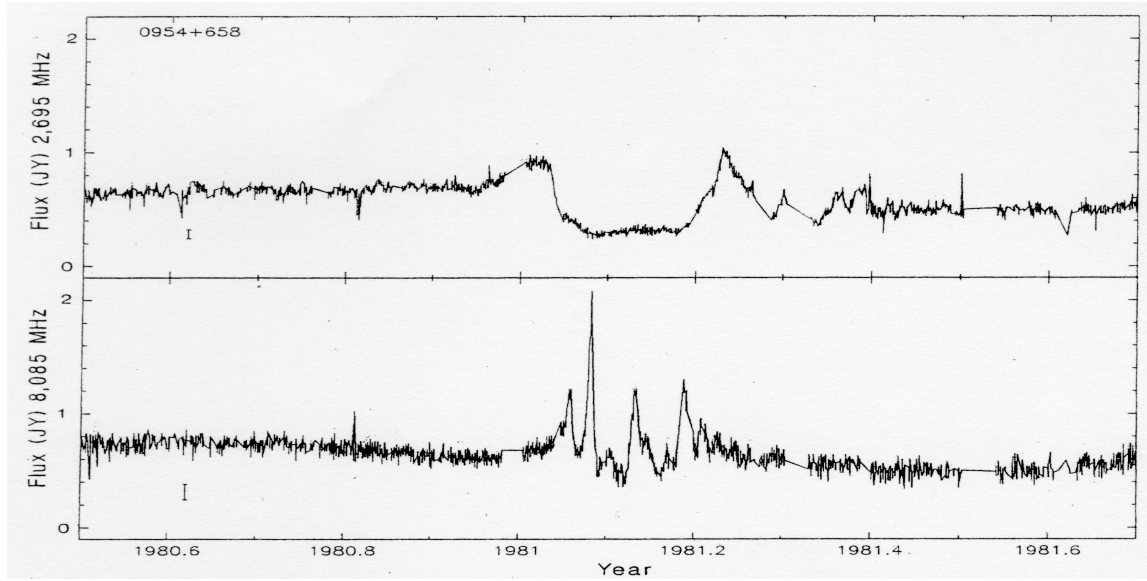


FIG. 1.2 – La densité du flux du QSR 0954+658 à 2.7 GHz et 8.1 GHz. Le comportement du flux, aux deux fréquences, montre un ESE entre 1980.95 et 1981.3 (Fiedler *et al.*, 1987).

1.2.2 ESEs observés en direction des pulsars millisecondes

Les deux pulsars B1937+21 et J1643-12 sont les seuls pulsars à avoir montré des ESEs durant le programme de chronométrage des 5 pulsars millisecondes dont la densité de flux et les TOA (Time Of Arrivals) des impulsions sont mesurés à l'aide du dédisperseur à balayage en fréquence à Nançay. Il est à noter que les densités de flux des 20 autres pulsars ne sont pas mesurées à Nançay avec le système d'acquisition NBPP qui ne le permet pas. Ce système a été construit en fait pour faire de la recherche de nouveaux pulsars millisecondes et pour mesurer des temps d'arrivées (chronométrage - TOA). Il est donc impossible d'évaluer la fréquence des ESEs en direction de ces 20 pulsars.

La figure 1.3 montre 3 ESEs observés dans la direction de B1937+21 à 1280, 1410 et 1700 MHz à Nançay. Leurs durées sont comprises entre 15 jours et 3 mois. On remarque que la densité de flux chute d'environ 50 % à 80 % et que la scintillation ordinaire est quasi inexistante pendant ces ESEs. La figure 1.3 montre que les variations de densités de flux aux 3 fréquences sont bien corrélées et que les ESEs apparaissent bien aux 3 fréquences simultanément. La fréquence des ESEs dans la direction de B1937+21 a été établie en calculant le rapport entre la somme des durées des ESEs sur la durée d'observations totale de ce pulsar. Cette fréquence est de 0.04, c'est-à-dire que le pulsar montre ce type d'événement pendant 4% du temps.

La figure 1.4 montre l'ESE dans la direction de J1643-12 observé à Nançay simultanément aux deux fréquences 1280 et 1410 MHz. Cet événement est exceptionnel par

sa durée (3 ans).

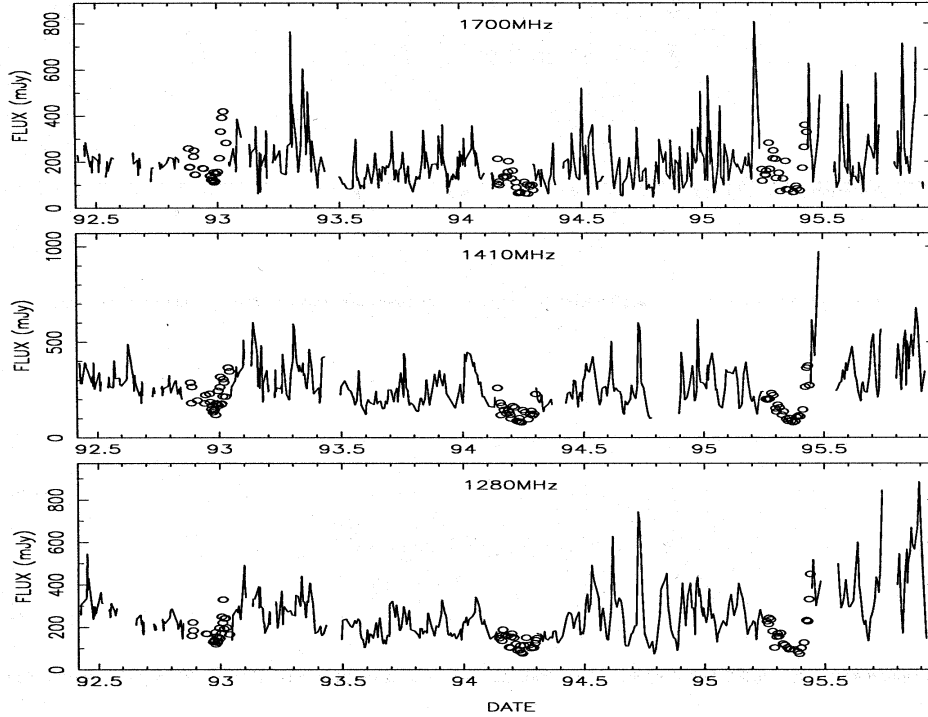


FIG. 1.3 – La densité du flux du PSR B1937+21 à trois fréquences mesurée à Nançay. Les périodes d'ESEs sont distinguées avec des cercles [LRC98].

1.2.3 Interprétation des ESEs

Dès l'observation du premier ESE en direction du quasar 0954+658, on a exclu le fait que son origine puisse être intrinsèque à la source. En effet, durant l'ESE la densité du flux est minimale et relativement constante à 2.7 GHz. Elle montre par contre de fortes variations sous forme de pics à 8 GHz. Ce comportement très différent aux deux fréquences est très difficile à expliquer dans le cas où il serait propre au quasar. De plus, l'ESE est détecté au même moment aux deux fréquences, alors que les petites fluctuations du flux observées en dehors de l'ESE montrent un décalage temporel de quelques dizaines de jours entre les 2 fréquences (Fiedler *et al.*, 1987; Fiedler *et al.*, 1994). On déduit clairement que l'origine de l'ESE ne peut être intrinsèque à la source.

Pour les pulsars également, les variations de la densité du flux ne sont pas intrinsèques à la source. En effet, les pulsars ont une luminosité presque constante (sa variation est $\leq 5\%$) sur une période de quelques jours à 5 ans (Stinebring *et al.*, 2000) et donc on conçoit difficilement des variations fortes sur une échelle intermédiaire.

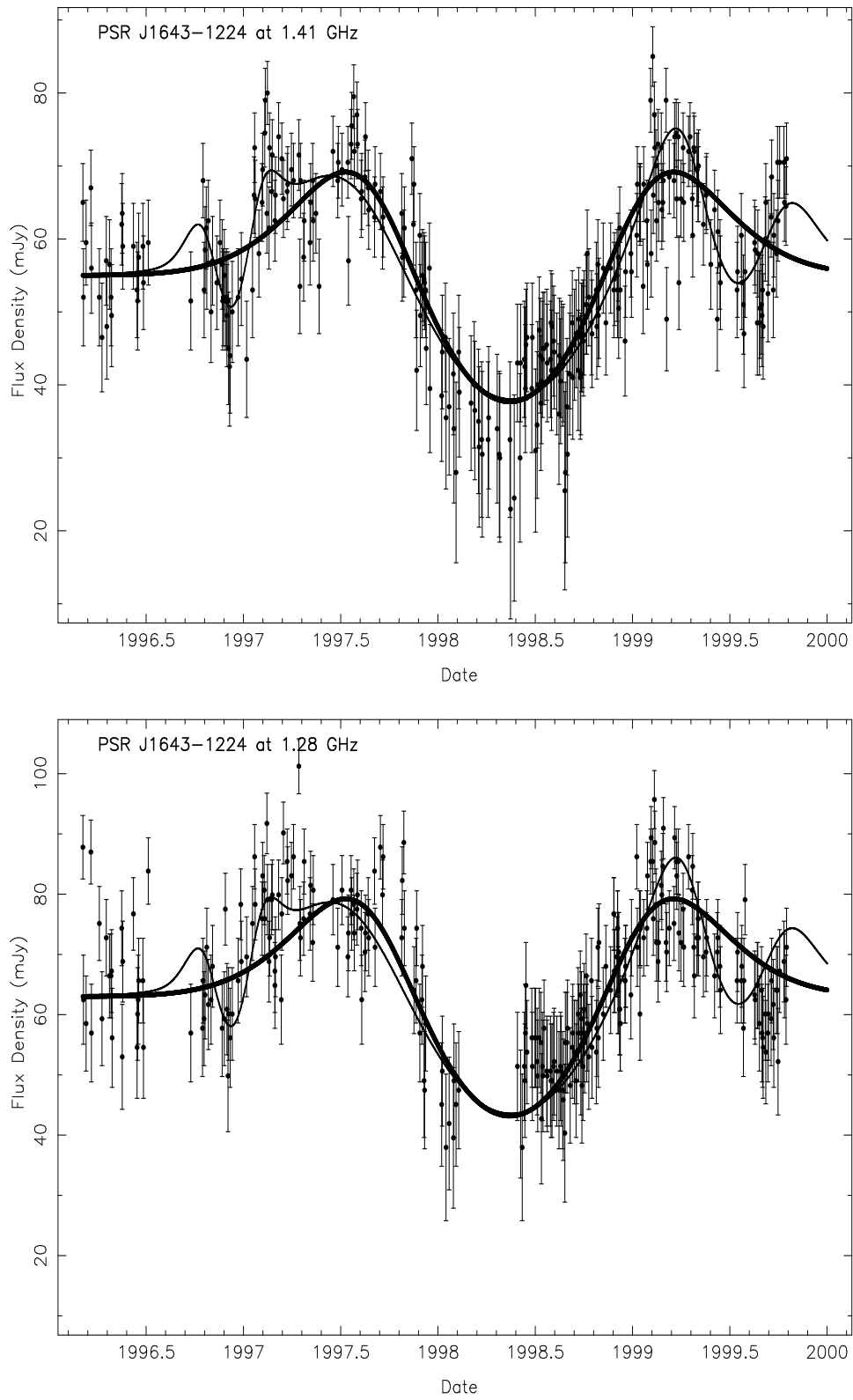


FIG. 1.4 – La densité du flux du PSR J1643-12 à 1410 MHz (*haut*) et 1280 MHz (*bas*) mesurée à Nançay (Maitia, Lestrade & Cognard 2003).

Le modèle proposé jusqu'à présent pour expliquer le phénomène d'ESE fait appel à une lentille de plasma dans le milieu interstellaire traversant la ligne de visée et produisant un événement de scintillation forte. Il y a 2 modèles de nuages isolés jouant le rôle de lentilles.

Premier modèle : Fiedler *et al.* (1987) ont proposé le modèle d'un nuage de plasma qui contient des structures turbulentes plus petites à l'intérieur, appelé *stochastic broadening* model (SB). Pour l'explication de l'ESE en direction du quasar 0954+658, ils ont estimé la distance de ce nuage à < 1.3 kpc de l'observateur et une taille de l'ordre de ~ 7 UA et une densité électronique de $\approx 4 \times 10^4 \text{ e}^- \text{ cm}^{-3}$. Dans ce cas, les ondes de la source externe au nuage de basse fréquence 2.7 GHz sont diffusées par le nuage et produisent ainsi un minimum du flux entouré des deux maxima. Par contre, à haute fréquence 8 GHz les petites structures turbulentes à l'intérieur du nuage vont réfracter les ondes de la source, et produire ainsi plusieurs pics dans la courbe de lumière de la densité du flux (cf. Figure 1.5). Ce modèle prédit un élargissement de l'image de la source et des impulsions des pulsars.

Il faut noter que sur les ESEs observés en direction de sources extragalactiques, un seul quasar 0954+658 a montré un comportement d'ESE, et qui est le plus spectaculaire, aux 2 fréquences (2.7 et 8 GHz).

Second modèle : Romani *et al.* (1987) et Clegg *et al.* (1998) proposent le modèle d'un nuage de plasma purement réfractif avec un profil de la colonne densité Gaussien. Ce modèle est appelé *refractive defocusing* model (RD). Ce nuage produirait une défocalisation du faisceau de rayons d'une source externe correspondant au minimum de la courbe de lumière du flux (au milieu de l'ESE) et une refocalisation correspondant aux 2 maxima de cette courbe (Figure 1.6). Ce modèle prévoit un changement de la position et un dédoublement de l'image de la source radio ainsi qu'un retard dans les TOAs des pulsars.

Cognard *et al.* (1993b) ont modélisé l'ESE de B1937+21 par l'effet de deux nuages Gaussiens interstellaires unidimensionnels (RD model). En plus de la densité du flux, ils ont calculé les TOAs et leur modèle montre un bon accord avec les observations d'Octobre 89 (cf. § 1.2.2). Ce modèle implique des tailles des nuages de 0.050 et 0.094 UA et des densités électroniques maximales du nuage de 220 et $20 \text{ e}^- \text{ cm}^{-3}$. Il faut noter qu'ils n'ont pas observé d'élargissement dans les impulsions durant l'ESE ce qui peut exclure l'effet SB de la lentille.

Lazio *et al.* (2000) ont analysé les observations VLBI de la source extragalactique PKS 1741-038 et montrent un étalement de l'image durant l'ESE mais pas aussi important que ce que permet de prévoir la profondeur de la courbe de lumière. Ils concluent que la lentille serait hybride et impliquerait les 2 modèles à la fois : RD et SB.

Les modèles de nuages Gaussiens (RD) impliquent des densités $n_e \gtrsim 10^2 \text{ e}^- \text{ cm}^{-3}$

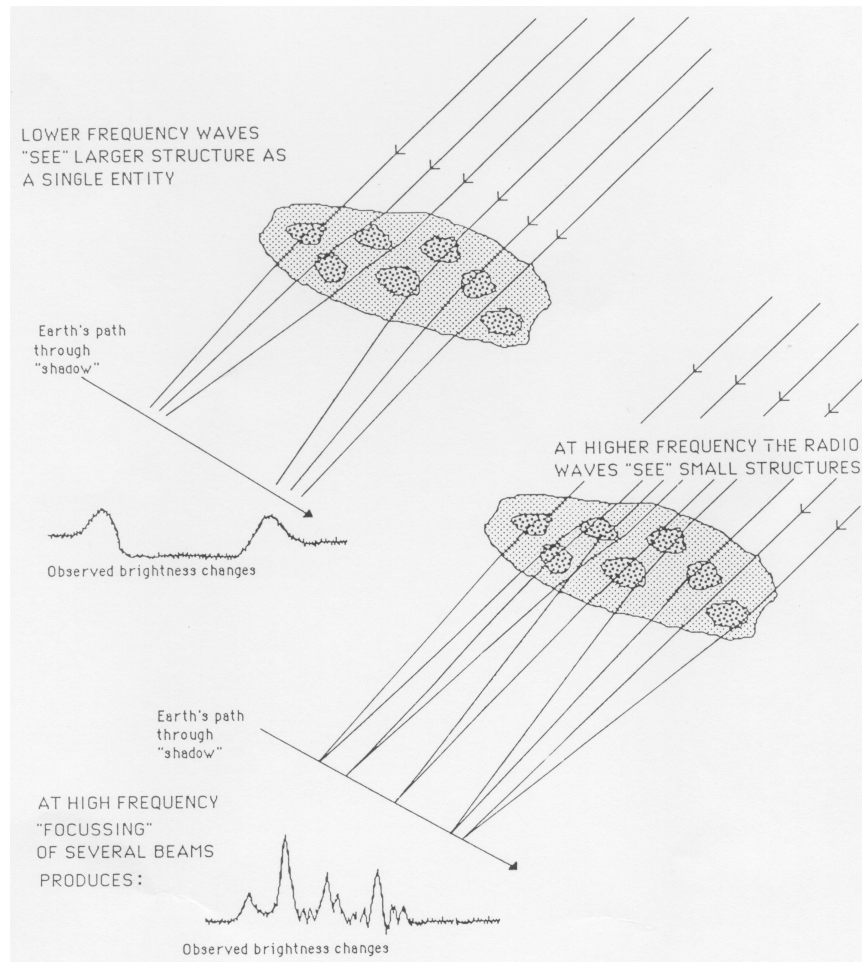


FIG. 1.5 – Schéma montrant l'effet du nuage de plasma turbulent (SB model) sur la réfraction des rayons d'une source externe à haute et à basse fréquence (Verschuur, 1989).

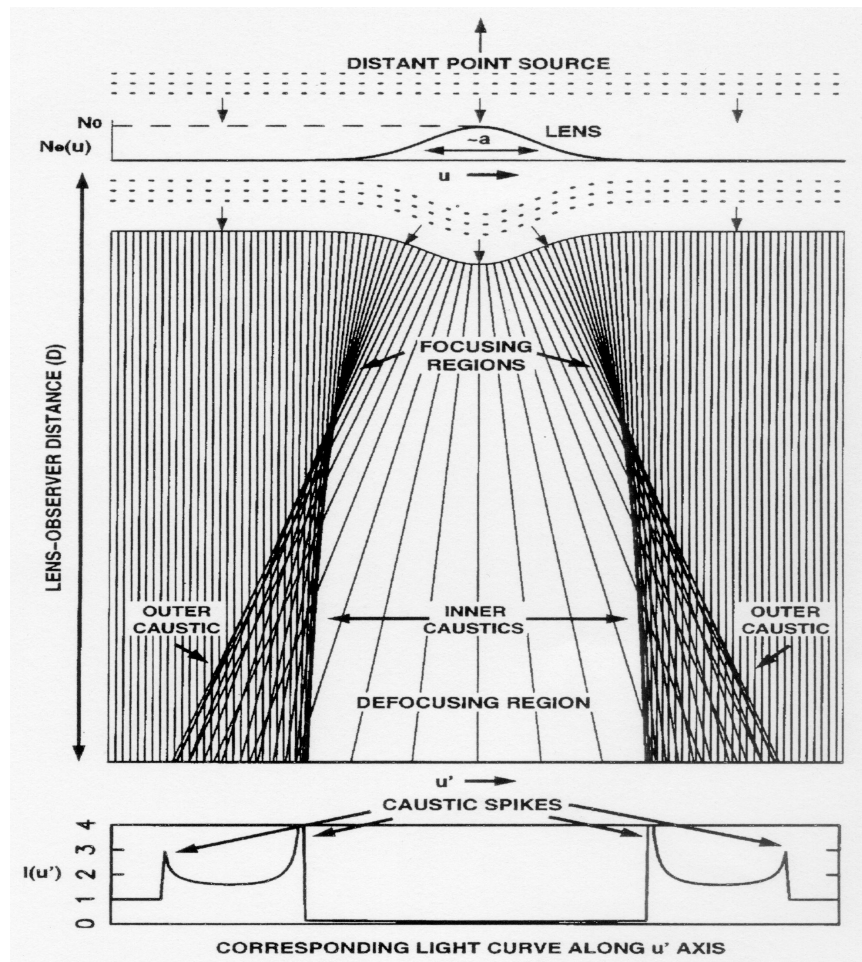


FIG. 1.6 – Schéma montrant l'effet du nuage de plasma dont le profil de la densité électronique est Gaussien (RD model) sur la réfraction des rayons d'une source ponctuelle (Clegg *et al.* 1998). On voit les deux régions de focalisation des rayons qui correspondent aux 2 maxima de la courbe de l'intensité et la région de défocalisation qui correspond au minimum de cette courbe.

dans les structures ionisées. En outre, ces densités impliquent une pression de $n_e T \sim 10^6 \text{ K cm}^{-3}$ au minimum, qui est beaucoup plus élevée que la pression “moyenne” du milieu interstellaire $n_e T \sim 3000 \text{ K cm}^{-3}$ (Kulkarni & Heiles, 1988). Ce déséquilibre entre la pression du nuage et celle du milieu interstellaire induit une évaporation du nuage en quelques années, à la vitesse du son ($v_s \sim 30 \text{ km/s}$). Par ailleurs, à partir du nombre d’ESEs observés, la densité de ces nuages dans la Galaxie serait estimée à $\sim 10^6 \text{ pc}^{-3}$ [LRC98]. La durée de vie relativement courte de ces nuages et leur grand nombre (estimé) dans la Galaxie, impliqueraient l’existence d’un processus de production permanente de ces nuages. Ces implications s’acceptent difficilement dans notre vision actuelle du MIS.

Un moyen de diminuer la pression interne de ces nuages est qu’ils soient filamenteux. Ils seraient produits par des chocs interstellaires [RCB 87]. Par exemple, il s’agirait d’une coquille de supernova (ou de vent stellaire) de surface fragmentée ou déformée en des structures quasi-parallèles. La dimension transversale de ces structures serait de quelques 0.1 UA et leur longueur serait ~ 10 fois plus grande [LRC98]. D’un autre côté, le passage de la ligne de visée des sources ayant montrés des ESE’s par les régions protostellaires pourrait être une explication alternative, comme le pulsar J1643-12 (Maitia *et al.* 2003) dont la ligne de visée passe près de la région ρ -Ophiuchus. Or, on n’a pas observé suffisamment d’ESEs pour avoir une statistique consistante et confirmer cette explication.

Un autre modèle a été proposé par Walker & Wardle (1998). Il s’agit d’un nuage moléculaire autogravitant dans le halo-galactique et photoionisé par le flux UV ambiant. Ceci génère une densité électronique importante dans une couche superficielle entourant le nuage. Cette couche serait alors la lentille plasma responsable de l’ESE. Ces nuages devraient contenir suffisamment d’Hydrogène pour être observable en absorption à 21-cm mais cette observation est difficile car les ESEs ne sont pas prédictibles. La forme très symétrique de la courbe de lumière radio de ce modèle n’a pas reçu cependant de confirmation observationnelle.

1.3 Discussion sur l’origine des ESEs

Les modèles qu’on a vu dans le paragraphe précédent conduisent à un certain nombre de problèmes sur la formation et l’évolution de ces nuages (structures) isolés. Ces modèles suggèrent une nouvelle composante du milieu interstellaire constituée de ces nuages isolés pouvant être une partie de la masse manquante. Cependant ces modèles n’ont pas reçu de confirmation directe par l’observation et ils peuvent être jugés comme ayant un caractère *ad hoc*.

L'objet de notre travail est de proposer au contraire une explication alternative et naturelle en faisant appel à la scintillation causée par la turbulence du milieu interstellaire ionisé qui est bien attestée par de nombreuses observations de radioastronomie. Il faut noter que le milieu interstellaire ionisé peut être associé à la “peau” des nuages moléculaires photoionisés structurés selon des fractals.

Cette proposition conduirait à une cause naturelle pour les ESEs.

On verra dans un premier temps comment caractériser la turbulence interplanétaire afin de voir si elle peut être à l'origine des ESEs (chapitre 2). Nous simulons ensuite un écran de phase turbulent, dans le cadre de l'approximation de l'écran mince, à partir du spectre de puissance de Kolmogorov des fluctuations de la densité électronique du milieu interstellaire (chapitre 3). Dans les chapitres 4 et 5, nous simulons les variations de la densité du flux d'un pulsar en optique géométrique et en optique ondulatoire. Nous testons alors la consistance de notre modèle en comparant nos résultats aux observations et à la théorie de la scintillation pour le pulsar B1937+21. Ensuite, on tente de caractériser des ESEs valables dans les courbes de lumières obtenues. Ceci nous permet de déduire si la turbulence naturelle interstellaire pourrait être à l'origine des ESEs de B1937+21.

Chapitre 2

Scintillation aux fréquences radio due au milieu interplanétaire et à l'héliosphère

Ce chapitre présente la première étude de cette thèse sur la scintillation et l'origine des ESEs. Nous avons cherché à démontrer que le milieu interplanétaire (MIP) et l'héliosphère ne sont pas responsables des événements de scintillation forte ESE dont les caractéristiques ont été décrites dans le chapitre 1.

2.1 L'héliosphère

2.1.1 Généralités

Le vent solaire est un plasma constitué principalement de protons et d'électrons. Il s'écoule radialement du Soleil dans toutes les directions à une vitesse d'environ 400 km/s, il y a aussi une composante rapide. La source de ce vent est la couronne solaire. La température de la couronne est assez élevée pour que la gravitation solaire et les champs magnétiques ne puissent le maintenir entièrement auprès du Soleil. Le vent solaire baigne toutes les planètes. Il forme l'héliosphère, qu'on peut définir comme une bulle de gaz chaud et ionisé centrée sur le Soleil et limitée par le milieu interstellaire (MIS).

A mesure de son expansion, la densité du vent solaire diminue selon l'inverse du carré de la distance au Soleil, au niveau de l'orbite terrestre, on peut presque le considérer comme un vide parfait. Il remplit un volume de plus en plus grand jusqu'à ce que sa puissance et sa densité deviennent insuffisantes pour repousser la matière ionisée du milieu interstellaire. A l'extérieur de l'héliosphère, le ralentissement de l'écoulement interstellaire à la rencontre de l'obstacle crée, si la vitesse relative est suffisante, une

onde de choc, qu'on note TS pour *Termination Shock*, vers une distance du Soleil au minimum d'environ 100 UA. Ce choc correspond au passage obligé du vent solaire d'une vitesse supersonique, observée dans l'ensemble du système solaire, à une vitesse subsonique. Ceci permet au vent solaire d'être réfléchi à l'approche de la surface de contact avec le milieu interstellaire.

Une forme attendue de l'héliosphère est représentée sur la figure 2.1. On remarque alors que cette région où le flux est supersonique est asymétrique, et la distance minimale au choc marque la limite de la région où le plasma interstellaire s'écoule relativement à l'héliosphère avec une vitesse d'environ 20 km/s. Dans la région où le vent solaire est subsonique, après son ralentissement, il est dévié dans la direction du flux interstellaire pour former une longue queue derrière le Soleil comme celle des comètes, et qui peut atteindre jusqu'à 1000 UA. L'héliosphère est séparée de la composante ionisée du milieu interstellaire par une surface externe appelée héliopause, et qui marque la frontière de notre système planétaire.

Le libre parcours moyen pour les collisions entre les atomes neutres du milieu interstellaire et les ions ou les électrons du vent solaire est très grand dans la région externe à l'héliosphère (de l'ordre de quelques centaines de UA, (cf. Axford, 1973)). Par conséquent, les neutres interstellaires pénètrent dans l'héliosphère sans interagir ; du moins ils arrivent jusqu'au voisinage du Soleil où les effets de photoionisation par les rayons ultraviolet du Soleil, et les collisions avec les particules interplanétaire dans cette région dense du plasma du vent solaire deviennent importants. Comme exemple, les atomes neutres d'hydrogène peuvent pénétrer jusqu'au niveau de l'orbite de Jupiter sans être affectés par la photoionisation, alors que les atomes neutres de l'hélium arrivent bien à celle de la Terre (cf. Axford, 1973).

2.1.2 Caractéristiques physiques de l'héliosphère

On peut considérer l'interface entre les deux chocs qu'on vient de voir comme une gaine entourant le système solaire, et où il y a interaction entre le vent solaire et le flux du plasma interstellaire. La composante ionisée de cette gaine entraîne la diffusion des ondes radio des sources célestes et pourrait être responsable des ESE. Ceci nous mène à estimer la valeur de la densité électronique dans cette région.

Comme nous l'avons vu précédemment, les ions et les électrons du milieu interstellaire ne pénètrent pas dans l'héliosphère, ce qui fait que entre le choc interne TS et l'héliopause on ne trouve que les ions ou les électrons du vent solaire. On calcule la densité des électrons dans cette région d'environ (30 à 100 UA) d'épaisseur, à partir de celle des protons, du fait que le milieu interplanétaire est globalement neutre, en particulier dans la région subsonique du vent solaire, et donc $n_e = n_p$. La vitesse du vent solaire au niveau de l'onde de choc interne TS est de $V_{TS} = 300$ km/s (cf. Axford,

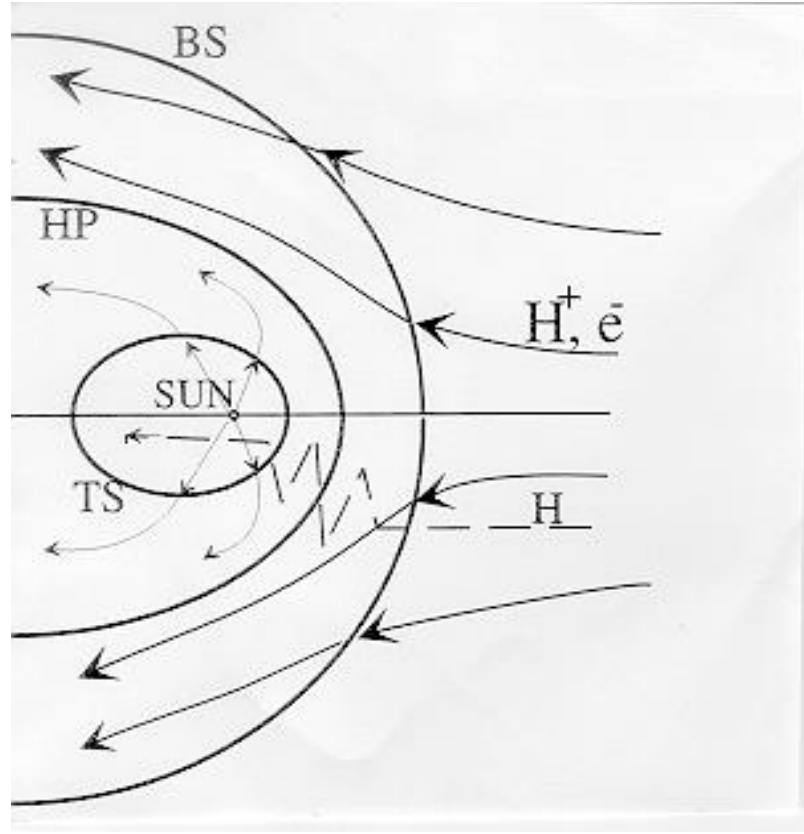


FIG. 2.1 – L'héliosphère, l'onde de choc qui se trouve à l'avant du Soleil ou bow shock (BS), est due au mouvement relatif du Soleil par rapport au gaz interstellaire (Izmodenov *et al.*, 1999).

1973). Si on prend comme valeur de cette vitesse au niveau de l'orbite terrestre $V_T=450$ km/s et une densité de protons $n_{pT} \simeq 7.00 \text{ cm}^{-3}$ (cf. Izmodenov *et al.*, 1999), on peut déduire la densité des protons (i.e. des électrons) au niveau de l'onde de choc interne TS, n_{pTS} à partir de la loi de conservation du flux $F = V.n.S$, où F est le nombre de particules par secondes qui traversent la surface S de densité n à une vitesse V . On écrit alors l'équation de conservation de F entre le niveau de l'orbite terrestre (1 UA) et celui de l'onde de choc interne TS (100 UA), où l'on fait l'approximation que les deux surfaces $S = 4.\pi.R^2$ sont sphériques.

$$V_T.n_{pT}.4\pi(1UA)^2 = V_{TS}.n_{pTS}.4\pi(100UA)^2 \quad (2.1)$$

avec : $n_{eTS} = n_{pTS}$, on obtient : $n_{eTS} = 0.001 \text{ cm}^{-3}$.

D'autre part, la densité électronique dans la région externe, i.e. entre l'héliopause et l'onde de choc externe BS d'environ (80 à 150 UA) d'épaisseur, est tout simplement celle du milieu interstellaire au voisinage du système solaire i.e. $n_{eBS} = 0.03 - 0.12 \text{ cm}^{-3}$ (cf. Axford, 1973).

On peut considérer le milieu entre les deux chocs interne TS et externe BS, comme un écran plasma diffractif; placé à une distance $D \sim 100 - 300$ UA de la Terre. Les fluctuations de la densité électronique de ce milieu sont responsables de la scintillation des sources radio à une certaine échelle de temps. Nous allons voir si elle est compatible avec le phénomène d'ESE.

2.2 La scintillation à travers l'héliosphère

L'inhomogénéité et l'anisotropie du vent solaire vont perturber la propagation des ondes radio dans l'héliosphère et provoquer un phénomène de scintillation du milieu interplanétaire (Armstrong *et al*, 1990). Plusieurs observations ont été faites pour l'étude de ce phénomène. Par exemple, Ekers et Little (1971) ont observé la source radio 3C273 avec des antennes de 64 m et 26 m (à Goldstone, Californie). Ils ont visé la source lorsqu'elle se trouve à $41R_{\odot}$ du Soleil et en opposition avec la Terre (pas en conjonction) et donc quand la ligne de visée est totalement en dehors de la couronne Solaire. Leurs observations montrent des fluctuations de l'intensité de la source, dont les plus longues ne dépassent pas des échelles de temps de 1 seconde (cf. Figure 2.2).

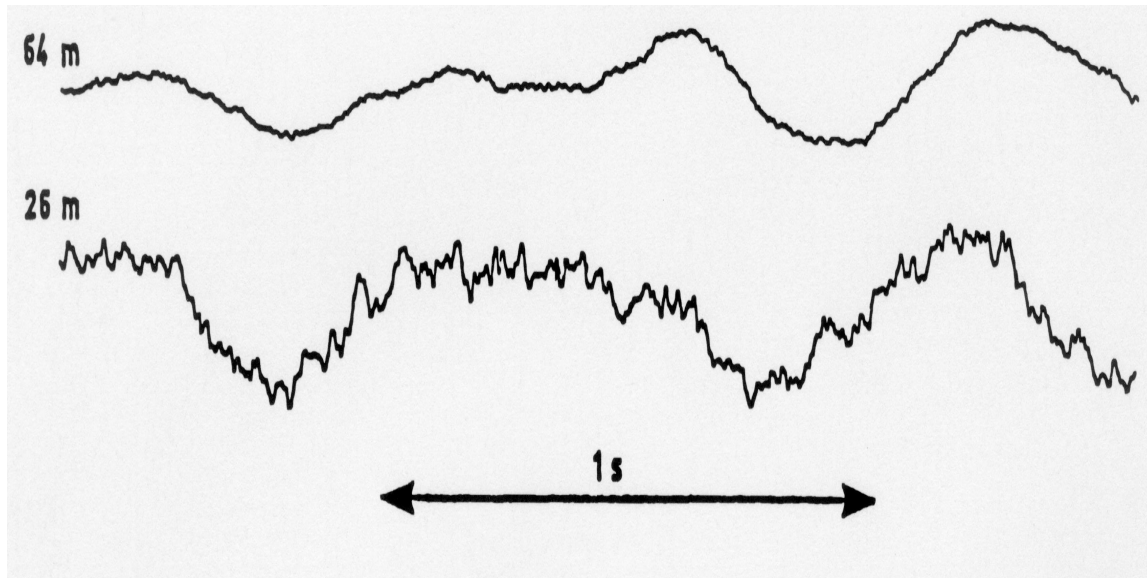


FIG. 2.2 – Les fluctuations de la source radio 3C273 observée à $41R_{\odot}$ du Soleil, avec les télescopes de 64 m et 26 m, par Ekers et Little (1971).

En considérant comme vitesse relative entre l'observateur et la source la vitesse typique 50 km/s, on obtient alors l'échelle spatiale des inhomogénéités responsables de ces fluctuations :

$$a \simeq 50km/s \times 1s = 50km = 5 \times 10^4m \quad (2.2)$$

Par ailleurs, le fait que la ligne de visée de ces observations passe à $41R_{\odot}$ du Soleil fait qu'elle traverse une bonne partie du milieu interplanétaire. Avant d'arriver dans le milieu interstellaire, la ligne de visée passe à travers le milieu qu'on a défini dans le paragraphe précédent entre les deux chocs TS et BW, qui est la limite de l'héliosphère. D'autre part, le milieu interstellaire est décrit par un spectre turbulent d'échelles spatiales; externe de 10^{18} m et interne de 10^6 m (cf. Figure 3.2). Cette échelle interne du milieu interstellaire est bien supérieure à celle obtenue à partir des observations d'Ekers et Little pour le milieu interplanétaire. Les structures du MIS ne peuvent donc donner des fluctuations de l'intensité de 3C273 aussi rapide qu'une seconde.

2.3 Discussion sur l'effet de l'héliosphère

Les observations de Ekers & Little (1971) sont un bon exemple qui montre une variation de l'intensité due au milieu interplanétaire sur des échelles de temps qui ne dépassent pas 1 seconde. De plus, le spectre puissance de turbulence dans l'héliosphère est limité par une échelle maximale de $\sim 10^8$ m (cf. Armstrong *et al.*, 2000 et Coles *et al.*, 1991) donc d'un temps maximal des fluctuations de ~ 2000 secondes. Les observations des pulsars à Nançay sont intégrées sur environ une heure, et donc les fluctuations dues au milieu interplanétaire sont moyennées dans ce cas. Par conséquent, la scintillation journalière observée à Nançay, en direction des pulsars, ne serait donc pas due à la turbulence dans l'héliosphère. Avec ces échelles maximales mesurées par Armstrong *et al.* (2000) et Coles *et al.* (1991), on déduit que la turbulence interplanétaire ne pourrait pas être à l'origine des ESEs.

Les déductions faites dans cette partie ne permettent pas de s'arrêter à cette étape. En effet, on a fait un raisonnement à partir des échelles maximales mesurées dans le milieu interplanétaire. Pour le moment, on n'a pas une bonne connaissance sur l'échelle externe de ce milieu (communication privée avec John Armstrong). Ce qui ne permet pas de conclure si les ESE's sont causés par le milieu interplanétaire.

Chapitre 3

Le milieu interstellaire ionisé et la scintillation aux fréquences radio

Dans ce chapitre, nous rappelons quelques éléments sur la turbulence de Kolmogorov. Nous établissons ensuite le formulaire qui permet de calculer le champ de phase de l'écran diffractant à partir du spectre à 3 dimensions des fluctuations de la densité électronique du MIS. Nous adoptons l'approximation de l'écran mince pour ce calcul.

3.1 Généralités sur le milieu interstellaire

3.1.1 Le milieu interstellaire

Le milieu interstellaire constitue le fluide vital des galaxies. C'est en effet à partir de la matière interstellaire que se forment les planètes et les étoiles. Le milieu interstellaire correspond à 10% de la masse totale de notre galaxie si l'on exclut la matière sombre, qui n'a pas été détectée directement. La matière interstellaire est répartie dans l'espace essentiellement sous forme de poussières et de gaz dont le constituant principal est l'hydrogène.

L'observation de notre galaxie montre clairement que les grandes composantes interstellaires sont regroupées en deux phases, l'une froide et l'autre chaude. La composante froide est décrite comme étant formée par des entités séparées dans l'espace et appelées nuages. On distingue les nuages d'hydrogène atomique HI et les nuages d'hydrogène moléculaire. L'observation des raies d'émission à 21-cm de ces nuages a permis de mettre en évidence la structure spirale de la galaxie. Leur faible température est

proche de 80 K. Ils ont une masse de $\sim 100M_{\odot}$ et une densité de 1-1000 atomes/cm³. Dans les régions opaques au rayonnement UV des étoiles, les molécules d'hydrogène H_2 sont protégées de la photodestruction (photodissociation). Ces entités plus froides sont appelées nuages moléculaires (GMC, pour Giant Molecular Cloud), leur température est de 20-50 K. C'est la deuxième composante de la phase froide du MIS, elle représente environ $\sim 50\%$ de la masse du MIS. Après l'hydrogène, qui représente environ 70% de la masse totale du nuage (cf. Larson, 1981), la molécule la plus abondante est le monoxyde de carbone CO, une centaine d'autres espèces moléculaires organiques plus complexes ont été détectées. La densité d'Hydrogène de ces nuages est inversement proportionnelle à leurs tailles. Elle varie de ($n_{H_2} \sim 10 \text{ cm}^{-3}$) pour les plus grands nuages de tailles ~ 100 pc à ($n_{H_2} \sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$) pour les plus petits de tailles ~ 0.1 pc (cf. Larson, 1981). Lorsque des petits nuages deviennent assez massifs pour être gravitationnellement instables, ils s'effondrent sur eux-mêmes pour donner naissance à une étoile.

Les nouvelles étoiles ainsi formées seront très chaudes, et la haute température va détruire les molécules des nuages. Le rayonnement ultraviolet des étoiles massives ionise le gaz interstellaire autour d'elles. En effet, la puissance délivrée par le rayonnement ionisant d'une étoile de type O est supérieure à 10^{31} watts. Du fait de la suppression de ce gaz du milieu environnant, la région d'hydrogène ionisé ou HII autour de l'étoile s'étend sur plusieurs parsecs, ceci conduit à une diminution de la densité moyenne du gaz interstellaire. Enfin, le terme de l'évolution des étoiles massives est marqué par une explosion en supernova, qui va délivrer instantanément une énergie colossale voisine de 10^{37} Joules. L'onde de choc, provoquée dans le MIS par la supernova, va se propager en excitant et en ionisant sur son passage le gaz interstellaire. La température du gaz, complètement ionisé, va atteindre une valeur de l'ordre de $\sim 10^6$ K et sa densité sera entre 10^{-3} et 10^{-2} cm^{-3} . Il est appelé milieu coronal, à cause de ses caractéristiques qui sont similaires au gaz de la couronne solaire. Cette phase chaude et ionisée est appelée Hot Ionised Medium. A des températures moins élevées et des densités plus élevées, il existe deux autres composantes de la phase chaude du milieu interstellaire. L'une des composantes est située dans le plan du disque galactique. Sa température est de l'ordre de 8 000 K et sa densité de l'ordre de 100 cm^{-3} . Ces régions sont détectées en association avec des étoiles de type spectral O-B. Ces étoiles émettent une fraction significative de leur rayonnement à des énergies susceptibles de photoioniser des éléments tels que l'hydrogène et l'oxygène. Ces nébuleuses diffuses ont des dimensions caractéristiques de quelques parsecs. A ces deux milieux chauds, s'ajoute encore une dernière composante du milieu interstellaire constituée du gaz internuage. Elle se présente sous forme d'un gaz diffus de température de l'ordre de 5×10^3 K comparable à la composante photoionisée mais se distingue des autres composantes ionisées car elle contient essentiellement de l'hydrogène neutre dont 10% à 20% seulement est ionisé. La densité des atomes d'hydrogènes est proche de 0.3 cm^{-3} et celle des électrons $\sim 0.04 \text{ cm}^{-3}$. Cette composante occupe la majeure partie de l'espace disponible.

L'existence de cette composante d'hydrogène ionisé à grande échelle, dit le milieu interstellaire ionisé, a des conséquences pour les observations. D'une part, l'émission $H\alpha$ est largement répandue dans la Galaxie. D'autre part, les temps d'arrivée des impulsions radio des pulsars sont dispersés en fonction de la fréquence d'observation (cf. § 3.3.1) à cause de la présence d'une quantité importante d'électrons sur la ligne de visée. Ces électrons vont perturber les fronts d'onde radio émises par le pulsar. Ce dernier effet sera l'un des objets de notre étude du milieu interstellaire ionisé. De nombreuses observations en radioastronomie attestent que le milieu interstellaire ionisé est turbulent, par exemple la scintillation des pulsars.

3.1.2 La scintillation aux fréquences radio

La scintillation qu'on observe en direction des pulsars radio a été à l'origine de différents travaux sur la turbulence interstellaire et interplanétaire (e.g. Salpeter, 1967; Lovelace, 1970; Shishov, 1974; Sieber, 1982). Des travaux plus récents (e.g. Rickett *et al.*, 1984; Blandford & Narayan, 1985, [BN85] dans la suite) montrent que la scintillation en radio est due aux effets réfractifs de la turbulence.

Le spectre de puissance de la densité électronique de la turbulence dans le MIS, qui serait à l'origine de la scintillation, est caractérisé par une loi en puissance des fréquences spatiales, $\sim q^{-\beta}$, où β serait proche de la valeur de "Kolmogorov" $\beta=11/3$ Rickett (1977), (cf. paragraphe suivant).

Des modifications ont été introduites à cette loi de puissance (Goodman *et al.* 1987). (I) L'indice spectral de la loi de puissance pourrait être $\beta \gtrsim 4$, comme le suggèrent Roberts & Ables (1982) et Hewish *et al.* (1985), afin d'expliquer des bandes quasi-périodiques à long terme observées sur certains spectres dynamiques. (II) Le spectre de puissance pourrait être coupé à une échelle interne (Coles, 1987), qui peut expliquer certains pics observés durant le timing de certains pulsars (e.g. Cole *et al.*, 1970; Helfand *et al.*, 1977). (III) Une composante complémentaire peut être rajoutée au spectre de puissance aux basses fréquences spatiales (Cordes & Wolszczan, 1986), afin d'expliquer les structures organisées qu'ils ont observé sur certains spectres dynamiques.

L'explication physique à l'aide d'un spectre de $\beta > 4$ pour ces trois phénomènes complémentaires est très différente de celle habituelle de Kolmogorov. En effet, $\beta=11/3$ est assez acceptée dans l'explication des phénomènes de turbulence naturelle en général (densité, vitesse ou champ magnétique).

Spangler *et al.* (1993) ont mesuré l'indice de modulation d'une dizaine de sources radio et ont trouvé des valeurs en assez bon accord avec celles prévues par de la turbulence interstellaire de Kolmogorov. Surtout, Armstrong, Rickett & Spangler (1995), à partir d'un important ensemble d'observations de pulsars, ont mesuré le spectre de puissance du MIS. Ils ont ajusté à ces données d'observations une courbe de pente $\beta \simeq 11/3$ (Kolmogorov) et ils ont trouvé qu'elle passe bien à travers leurs points d'observations. D'après ces observations, ils ont déduit que la turbulence est de type Kolmogorov avec

une échelle interne de 10^5 à 10^8 m et une échelle externe de 10^{18} m (Figure 3.2). D'après leurs observations, ils n'excluent pas la possibilité d'un spectre de puissance plus raide, $\beta=4$. Néanmoins, le spectre en $\beta=4$, reste moins proche de leurs observations que le spectre de Kolmogorov.

3.2 La turbulence dans le milieu interstellaire

On verra dans la suite de ce chapitre, comment caractériser la turbulence interstellaire qui est à l'origine des différents phénomènes de scintillation. On se basera sur l'interprétation d'observations de radioastronomie par Armstrong, Rickett & Spangler (1995) qui ont bien mis en évidence que la turbulence du milieu interstellaire ionisé est caractérisée par un spectre de Kolmogorov.

3.2.1 La turbulence de Kolmogorov

Dès 1883, O.Reynolds, l'un des pionniers de l'étude de la turbulence, en étudiant l'écoulement dans les conduites cylindriques lisses, met en évidence l'existence des deux régimes laminaire et turbulent. Le critère de transition entre les deux régimes est le nombre de *Reynolds* (Re), Re dépend de la taille de l'écoulement L , de la vitesse du fluide V et de sa viscosité ν et est défini par $Re = \frac{LV}{\nu}$. La turbulence se développe lorsque ce nombre sans dimension dépasse une certaine valeur critique : Re_c .

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à des écoulements où la turbulence est déjà bien développée. Ces écoulements présentent des variations de vitesses temporelles et spatiales aléatoires, qui nous laissent déjà pressentir l'outil statistique comme très précieux pour l'étude des phénomènes turbulents. Par simple observation, on constate des tourbillons de taille très diverses qui évoluent, se combinent, et se déforment sans cesse et dans toutes les directions de l'espace. Les plus gros tourbillons doivent leur existence aux conditions qui créent la turbulence, par la déposition d'énergie, et ont une dimension proportionnelle au phénomène de création de cette turbulence : L , *échelle intégrale*. En prenant comme vitesse caractéristique V de ces gros tourbillons leur vitesse périphérique, l'énergie cinétique par unité de masse est $\sim \frac{1}{2}V^2$ et une particule piégée par le tourbillon mettra un temps $T \sim L/V$ à en faire le tour. Pendant ce temps T (temps de retournement), ce tourbillon a cédé une fraction $0 < a < 1$ de son énergie aux tourbillons plus petits en lesquels il s'émiette, par un mécanisme très complexe, sans que la *viscosité* n'intervienne, car ce tourbillon est trop gros pour y être sensible. Du moins ceci est l'hypothèse de Kolmogorov en 1941 (cf. Frisch, 1996). On peut ainsi écrire le taux de dissipation de l'énergie cinétique comme

$$\varepsilon \approx \frac{1}{2} a V^2 / T \propto V^3 / L \quad (3.1)$$

d'où

$$V \propto (\varepsilon L)^{1/3} \quad (3.2)$$

On admet alors que ce processus se reproduit en conservant un taux de dissipation ε constant jusqu'à ce que les gros tourbillons se soient désagrégés en tourbillons si petits, de taille η , *échelle de Kolmogorov*, que la viscosité les détruit en chaleur par frottement.

Entre les deux échelles extrêmes L et η , on trouve des tourbillons de toutes les tailles, $\eta < l < L$; ces échelles sont dites *inertiellles*. Ces tourbillons sont déjà trop petits pour porter une quantité significative d'énergie, et encore trop gros pour être capable de la dissiper. Ils ne font donc que redistribuer pratiquement intégralement aux tourbillons plus petits qu'eux l'énergie qu'ils ont reçue des tourbillons plus gros qu'eux : c'est la *cascade d'énergie*. Les spectres d'énergies fonctions des nombres d'ondes, obtenus expérimentalement, montrent bien que les grosses structures turbulentes portent le plus d'énergie. Ce sont les éléments clés de la théorie de Kolmogorov (1941). La base du raisonnement de Kolmogorov est la suivante, à petites échelles ($l \ll L$) la turbulence est localement isotrope, quelle que soit la façon dont elle a été produite ; d'autre part dans la zone inertielle, le spectre ne dépend que de ε .

L'énergie cinétique moyenne $E(q)$ (d'une unité de masse), q étant le nombre d'onde ($q=2\pi/l$), d'un tourbillon de dimension $(1/q)$, s'écrit alors

$$E(q) \propto V(q)^2 \propto \varepsilon^{2/3} q^{-2/3} \quad (3.3)$$

par différentiation, après le remplacement de V par son expression (3.2), on obtient la densité spectrale d'énergie unidimensionnelle de Kolmogorov

$$\frac{dE(q)}{dq} = \varepsilon^{2/3} q^{-5/3} \quad (3.4)$$

On caractérise le spectre unidimensionnel de Kolmogorov par la loi de puissance (3.4) en $\alpha=5/3$ (voir Annexe A).

3.2.2 La scintillation interstellaire

Les effets de la turbulence du milieu interstellaire ionisé sur la propagation des ondes radio sont notables. Les inhomogénéités de la densité des électrons du gaz in-

ternuage et du gaz coronal vont réfracter les rayons issus des sources radio célestes et engendrer une variation temporelle du flux mesuré sur Terre, phénomène de scintillation interstellaire (ISS). Pour des inhomogénéités de petites échelles spatiales ($10^5 < s_d < 10^8$ m; cf. Stinebring *et al.*, 2000), on a des effets dits de diffraction (DISS : Diffractive Interstellar Scattering). Les rayons radio indépendants réfractés (déphasés) vont interférer entre eux, donnant lieu à cette scintillation et à un élargissement de la taille apparente de la source. Le diamètre angulaire de la source vue à travers ce milieu turbulent à une longueur d'onde λ est $\theta_s \sim \lambda/r_{coh}$. L'échelle de cohérence r_{coh} de ces effets diffractifs est définie comme la distance à travers laquelle le *rms* des différences de phase est de 1 radian. La vitesse relative entre l'observateur et le pulsar v détermine le temps caractéristique de scintillation *diffractive* $t_d \sim r_{coh}/v$. La largeur de la bande de décorrélation $\nu_{dc} \sim c/\pi D \theta_s^2$, où D est la distance entre la Terre et la source (cf. Romani *et al.*, 1986). La vitesse typique v des composantes diffractives du MIS par rapport à la Terre est de 50 km.s^{-1} , sauf pour les pulsars de très grande vitesse propre. Ces effets diffractifs peuvent être observés dans un spectre dynamique, qui représente dans un plan temps-fréquence les variations de la densité de flux reçu, où l'on voit des structures de petites tailles qui ressemblent à des franges d'interférence fractionnées, appelées *speckles* en optique (Figure 3.1). Les paramètres ν_{dc} et t_d s'obtiennent à partir de ces spectres dynamiques par une autocorrélation sur les deux dimensions. Les échelles typiques dans les spectres dynamiques sont $t_d \sim$ quelques minutes et $\nu_{dc} \sim 1 \text{ MHz}$.

Dans le cas des pulsars, on remarque aussi une variation de leur densité de flux à plus longues échelles de temps, quelques jours à quelques semaines. Sieber (1982) remarque que plus le pulsar est loin, plus cette échelle est longue. Rickett *et al.* (1984) suggèrent que ce phénomène est dû à la scintillation réfractive (RISS : Refractive Interstellar Scattering). Les inhomogénéités du milieu interstellaire ionisé responsables de ce type de scintillation ont des échelles, $10^{10} < s_r < 10^{13}$ m, bien plus grandes que dans le cas de la scintillation DISS. La bande de décorrélation pour la RISS est aussi bien plus grande, de l'ordre de quelques centaines de MHz. On explique souvent la RISS en évoquant un faisceau de rayons réfractés tous ensemble d'un angle lentement variable. Ce qui conduit à une convergence de ces rayons, soit à une amplification de la densité du flux observée, ou à leur divergence, soit à une diminution de la densité du flux.

3.2.3 Les effets de la scintillation réfractive RISS

Rickett *et al.* (1984) ont proposé le phénomène RISS pour expliquer la variation d'intensité des pulsars à des échelles de quelques jours ou plus. Dans le cas du pulsar B1937+21 [LRC98], la variation de l'intensité lente a une échelle de quelques semaines à quelques mois. Elle s'accompagne d'une variation des temps d'arrivée des impulsions (TOA). L'existence théorique de corrélations entre ces différentes quantités permet de

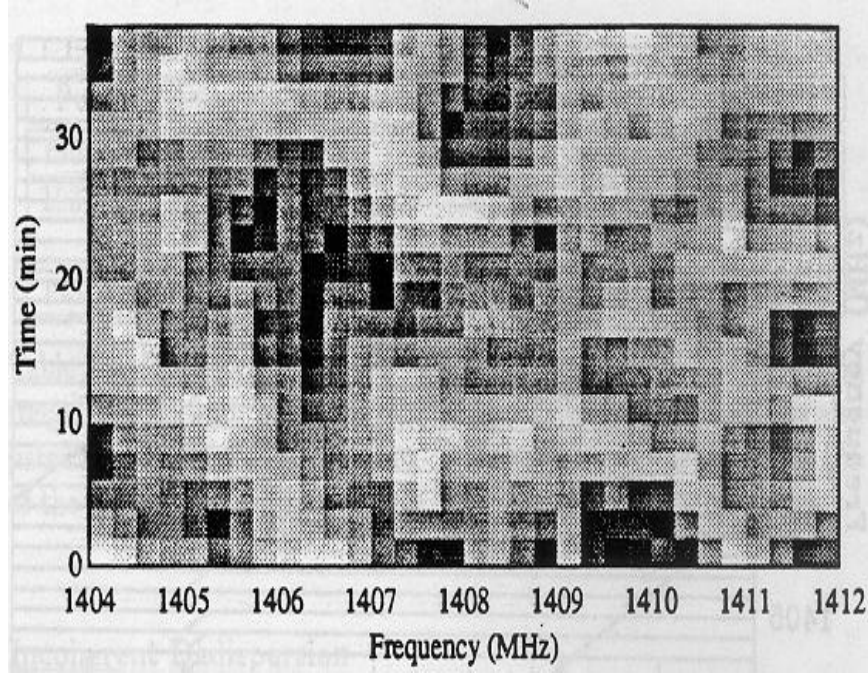


FIG. 3.1 – Spectre dynamique de B1937+21 mesuré par Ryba (1991) à l’Observatoire d’Arecibo. Les speckles de scintillation sont caractérisés par une échelle de temps t_d de quelques minutes et une bande de décorrélation $\nu_{dc} \sim 0.5$ MHz.

tester l’importance du RISS [BN85].

Un ensemble d’observations de radioastronomie, notamment sur les pulsars, conduit à faire l’hypothèse que la distribution de la densité électronique $\delta n_e(x, y, z)$ du MIS est irrégulière et est caractérisée par un spectre de puissance spatiale à **3 dimensions** noté $P_{3N}(\mathbf{q}) = P_{3N}(q_x, q_y, q_z)$. Rickett (1990) a fait l’hypothèse que ce spectre est *isotrope* et qu’il a une forme en *loi de puissance* :

$$P_{3N}(q) \sim C_N^2 q^{-\beta} \quad (3.5)$$

où q est la fréquence spatiale $2\pi/l$ et l’indice $3N$ indique que cette densité spectrale est définie par rapport à un *volume* élémentaire $dq_x dq_y dq_z$. Le module $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2}$ appartient à l’intervalle $q_{ext} < q < q_{int}$. Les fréquences spatiales de coupures sont $q_{int} = \frac{2\pi}{l_{int}}$ et $q_{ext} = \frac{2\pi}{l_{ext}}$ où l_{int} et l_{ext} sont respectivement les échelles *interne* et *externe* (L et η dans le paragraphe 3.2.1). C_N^2 est une constante et représente le niveau de turbulence. β est l’indice du spectre et peut être plus grand ou plus petit que la valeur critique 4. Le cas où $\beta < 4$, incluant la valeur $\beta = \frac{11}{3}$ du spectre tridimensionnel de Kolmogorov, correspond à un milieu turbulent alors que le cas $\beta > 4$ résulte d’une superposition de structures isolées sur un certain nombre d’échelles. Kaspi *et al.* (1994)

ont montré que $\beta = 3.874 \pm 0.011$, un peu plus élevée que la valeur de Kolmogorov $\frac{11}{3}$ alors que Cordes *et al.* (1990) ont trouvé une valeur de $\beta = 3.55 \pm 0.11$. L'hypothèse C_N^2 constante est simplificatrice. A l'aide de nombreuses observations radio ; Armstrong, Rickett & Spangler (1995) ont trouvé la valeur de $C_N^2 \approx 10^{-3} m^{-20/3}$ (m correspond à des mètres) en adoptant $\beta = \frac{11}{3}$ (cf. Figure 3.2).

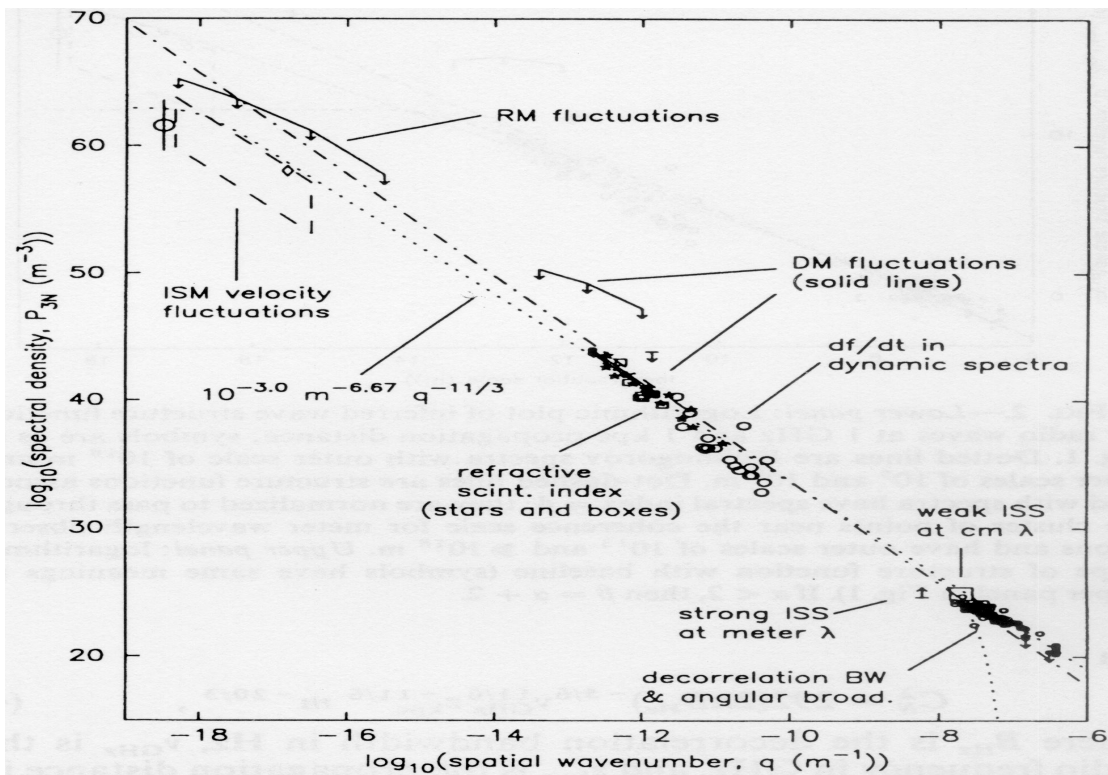


FIG. 3.2 – Courbe logarithmique du spectre de puissance à trois dimensions de la densité électronique du milieu interstellaire ionisé en fonction de la fréquence spatiale. La courbe en points représente le spectre de Kolmogorov d'échelle externe = $10^{18}m$ et d'échelle interne de 10^5 et 10^8m . La courbe en tirets-points représente le spectre de puissance d'indice spectral = 4, normalisée pour passer à travers les points mesurés à partir des observations (Armstrong, Rickett & Spangler, 1995).

En réalité, on observe que le coefficient C_N^2 n'est pas uniforme sur le ciel. Cordes *et al.* (1985) ont étudié la scintillation de 31 pulsars avec leurs spectres dynamiques et ont déterminé la valeur de C_N^2 pour chaque pulsar. Ils ont montré que C_N^2 varie d'une façon importante, de 10^{-4} à $10^{-2} m^{-20/3}$, avec une moyenne d'environ $10^{-3.5}$, pour les objets de haute latitudes galactiques, et de 10^{-4} à $10^{-0.5} m^{-20/3}$ pour les basses latitudes, avec une moyenne plus élevée. D'autres travaux ont complété les mesures de C_N^2 et confirmé

les fortes variations observées par Cordes, Weisberg et Boriakoff en 1985. Alurkar *et al.* (1986) et Johnston *et al.* (1998) ont déduit que ces variations dépendaient de la position de la source dans la Galaxie ; sa latitude et sa distance au centre de la Galaxie.

3.2.4 Caractérisation de la scintillation réfractive

Les fluctuations de la densité électronique dans le MIS vont créer des variations de la densité de flux F et des TOA dans le cas d'un chronométrage de pulsars. On définit l'index de scintillation (*modulation index*) :

$$m_r = \frac{\langle (F - \bar{F})^2 \rangle^{1/2}}{\langle F \rangle} = \frac{\sigma_F}{\langle F \rangle}$$

où $\langle \dots \rangle$ est la notation d'une valeur moyenne d'ensemble. Dans le cas de la turbulence de Kolmogorov, l'expression théorique de m_r (Gupta, Rickett & Coles, 1993) s'écrit comme :

$$m_r = 1.21 (\nu_{dc}/2\nu)^{0.17} \quad (3.6)$$

Blandford & Narayan (1985) ont développé les expressions de corrélations qui sont importantes dans l'étude de la scintillation.

La source vue à travers un milieu diffusant à une distance D , avec un spectre de puissance pour la densité électronique en loi de puissance β , a un diamètre linéaire apparent $\sigma = \theta D$. Supposons qu'un observateur se déplace relativement à cette image de la source à la vitesse v . Deux observations effectuées à un intervalle t correspondent à deux régions du MIS séparées de $s = vt$. Blandford et Narayan (1985) montrent que :

$$\langle \delta F(x) \delta F(x+s) \rangle = K h_1 \quad (3.7)$$

$$\langle \delta F(x) \delta t(x+s) \rangle = -2K(h_0 - 1/2h_1 + 1/8h_2) \quad (3.8)$$

$$\langle \delta t(x) \delta t(x+s) \rangle = K(h_{-1} - h_0 + 1/2h_1 - 1/8h_2 + 1/64h_3) \quad (3.9)$$

avec :

$$K = \frac{Q_0 \lambda^4 D^2}{(2\pi)^5 \sigma^{(6-\beta)}}$$

et

$$Q_0 = \alpha (2\pi)^5 r_e^2 \int_0^L dz C_N^2,$$

δF est le flux fractionnaire $\delta F = (F - \langle F \rangle) / \langle F \rangle$, r_e est le rayon électronique classique et α est un facteur numérique de l'ordre de l'unité, il permet de corriger les petites différences dans l'hypothèse d'un écran turbulent d'épaisseur L (§ 3.3.2).

$$h_n(s) = 2^{n+1-\beta/2} \Gamma(n+2-\beta/2) M[n+2-\beta/2, 1, -\frac{s^2}{2\sigma^2}]$$

Γ est la fonction Gamma et M la fonction hypergéométrique confluyente. K mesure l'intensité des fluctuations.

On montre sur la figure 3.3 la courbe théorique calculée numériquement de l'auto-corrélation du flux $\langle \delta F(x) \delta F(x+s) \rangle$. On la comparera à celle du flux qu'on obtient dans notre simulation de l'observation des pulsars dans le chapitre 5.

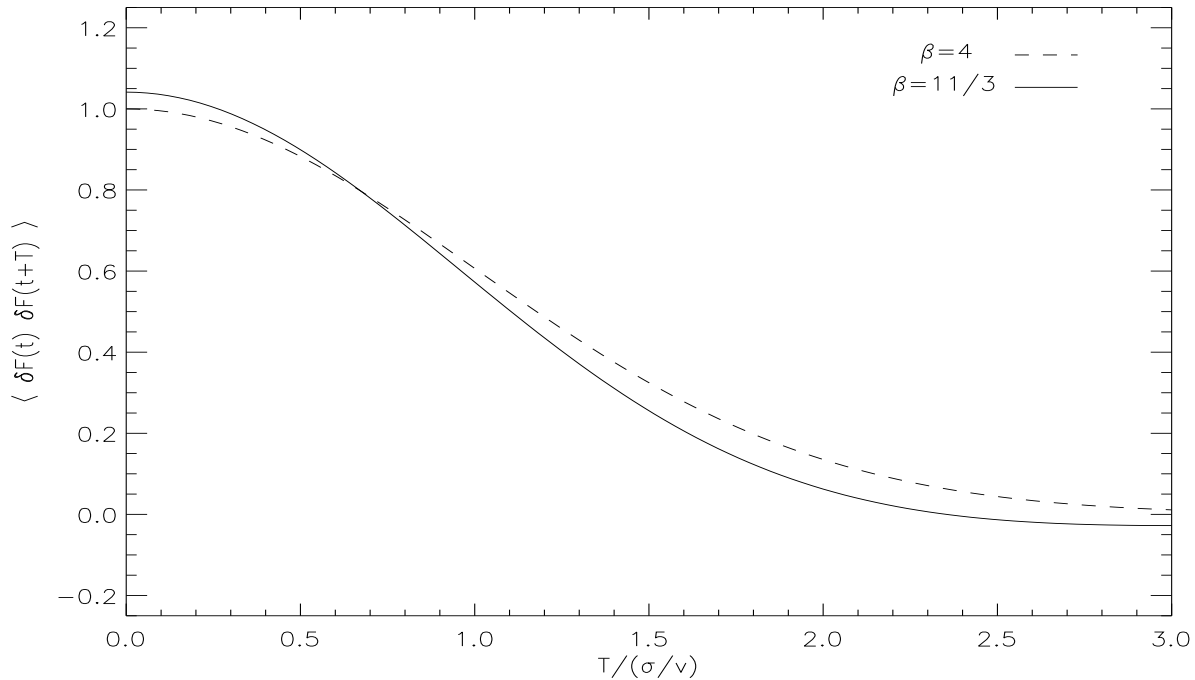


FIG. 3.3 – La fonction d'autocorrélation pour des fluctuations relatives de la densité du flux. Elle est exprimée en termes de la constante sans-dimensions K et en fonction des décalages temporels, normalisés par σ/v .

On voit sur la figure 3.3 que cette fonction d'autocorrélation de la densité du flux varie peu avec β . Elle dépend en revanche fortement des paramètres K et σ . En effet

K détermine le niveau de corrélation initial de la courbe à $T=0$ et σ sa largeur à mi-hauteur. Dans le cas de notre modèle, on peut superposer les points obtenus par notre simulation à ces points théoriques et déterminer ainsi la valeur de K et celle de σ .

3.3 Optique ondulatoire aux fréquences radio dans le MIS

Dans cette partie, on définit les équations de base de propagation des ondes dans le MIS ionisé et turbulent qui provoque les phénomènes RISS et DISS. De plus, on montre les conditions nécessaires pour l'approximation d'un écran mince.

3.3.1 Propagation d'une onde dans un milieu ionisé

Le milieu interstellaire est un plasma dilué, avec une densité d'électrons libres de l'ordre de $n_e \sim 3 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$. Lorsqu'une onde électromagnétique, représentée par le champ électrique en fonction du temps t et la position \mathbf{r}

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

(où $\omega = 2\pi c/\lambda$ est la pulsation de l'onde; λ est sa longueur d'onde et c la vitesse de la lumière; $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde), traverse le milieu interstellaire, elle provoque des oscillations des électrons libres à la vitesse

$$\mathbf{v} = i \frac{q_e}{m_e \omega} \mathbf{E},$$

obtenue en écrivant $m_e d\mathbf{v}/dt = -q_e \mathbf{E}$ (où q_e et m_e sont respectivement la charge et la masse de l'électron). Il s'en suit la densité de courant électrique :

$$\mathbf{j} = -n_e q_e \mathbf{v} = -i \frac{q_e^2 n_e}{m_e \omega} \mathbf{E} \quad (3.10)$$

Les ions (protons) sont également mis en mouvement par le champ électrique, mais leur contribution à la densité de courant électrique (3.10) est négligeable (en raison du terme $1/m_p$ qui est bien plus petit que $1/m_e$). A \mathbf{j} est associé la densité de charge électrique ρ qui satisfait à l'équation de conservation $\partial \rho / \partial t + \text{div} \mathbf{j} = 0$. En utilisant (3.10) et l'équation de Maxwell-Gauss $\text{div} \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0$ (où ε_0 est la permittivité du vide), on obtient :

$$\rho \left(1 - \frac{q_e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e \omega^2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

Dans cette équation apparaît la *pulsation électronique de plasma* :

$$\omega_p^2 = \frac{n_e q_e^2}{\varepsilon_0 m_e} \quad (3.12)$$

L'équation (3.11) montre que si $\omega \neq \omega_p$, alors nécessairement $\rho = 0$. Dans la situation présente $\omega_p \sim 10\text{kHz}$ (avec $n_e = 0.03\text{ e}^-/\text{cm}^3$), alors que les observations radio se font à des fréquences de l'ordre du GHz. On est donc dans le cas où $\omega \gg \omega_p$. Par conséquent, $\rho = 0$.

L'équation de propagation du champ électrique est obtenue à partir de l'identité

$$\text{rot}(\text{rot}\mathbf{E}) = \text{grad}(\text{div}\mathbf{E}) - \Delta\mathbf{E} \quad (3.13)$$

Puisque $\rho = 0$, on a $\text{div}\mathbf{E} = 0$. Les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère conduisent alors à :

$$\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \Delta\mathbf{E} \quad (3.14)$$

(μ_0 est la perméabilité du vide). En utilisant (3.10) et (3.12), on obtient :

$$\mu_0 \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} = -k^2 \mathbf{E} \quad (3.15)$$

On en déduit la relation de dispersion

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2 \quad (3.16)$$

La vitesse de groupe associée est :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2} \quad (3.17)$$

Comme on a vu que $\omega \gg \omega_p$, on peut écrire

$$v_g \simeq c - \frac{c\omega_p^2}{2\omega^2} \simeq c(1 - n_r) \quad (3.18)$$

$n_r = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}$ est l'indice de réfraction local à la fréquence ω (cf. Feynman, 1967). Les impulsions d'un pulsar se propagent à la vitesse de groupe. L'instant d'arrivée d'une impulsion émise autour de la fréquence ω par un pulsar situé à la distance D est donc, si on suppose que le milieu interstellaire est *homogène*,

$$t(\omega) = \int_0^D \frac{dl}{v_g} \simeq \frac{\int_0^D dl}{c} + \frac{\int_0^D dl \omega_p^2}{2c\omega^2} \quad (3.19)$$

En utilisant l'équation (3.12), il vient :

$$t(\omega) = \frac{D}{c} + \frac{q_e^2 DM}{2\varepsilon_0 m_e c \omega^2} \quad (3.20)$$

DM est la mesure de dispersion (*Dispersion Measure*), il est défini par $DM = \int_0^D n_e(l) dl$. Le premier terme dans (3.20) est juste le temps mis pour parcourir la distance D dans l'espace libre et le second est le retard dû à la dispersion par le milieu interstellaire τ_{DM} . Le retard τ_{DM} s'écrit :

$$\tau_{DM} = \left(\frac{q_e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 m_e c} \right) \frac{DM}{\nu^2} \quad (3.21)$$

on remplace $q_e^2 = 4\pi\varepsilon_0 e^2$ et on écrit :

$$\tau_{DM} = \frac{e^2 DM}{2\pi m_e c \nu^2} \quad (3.22)$$

$$= \frac{r_e DM}{2\pi \nu^2} \quad (3.23)$$

où $r_e = e^2/m_e c^2$ est le rayon électronique classique. Avec les unités adéquates, on a :

$$\tau_{DM} = \frac{DM}{2.410 \times 10^{-4} \nu_{MHz}^2} \text{ secondes} \quad (3.24)$$

où DM est en (pc cm^{-3}), ν en MHz et τ_{DM} en secondes.

L'équation (3.23), prédit que les impulsions à basse fréquence arrivent plus tard que les impulsions à haute fréquence. De plus, elle montre que la dispersion est négligeable aux très hautes fréquences radio (l'effet décroît comme ν^{-2}). D'autre part, en observant un pulsar à différentes fréquences on peut directement mesurer la quantité DM en comparant les temps d'arrivée des *pulses*.

3.3.2 Approximation de l'écran mince

On modélise les inhomogénéités à grandes échelles de la densité électronique du MIS ionisé, qui provoquent le phénomène de *RISS*, sous forme d'un écran turbulent d'épaisseur L où sont concentrées ces différentes inhomogénéités d'un ensemble de tailles a .

L'épaisseur L devra être choisie de sorte qu'elle soit grande comparée aux échelles $a = q^{-1}$ du spectre de puissance, ou la taille des inhomogénéités; mais suffisamment petite afin que les effets de diffraction à travers l'écran soient négligeables par rapport à la

taille des inhomogénéités a (Salpeter, 1967 ; Roddier, 1981). Il s'agit de l'approximation de l'écran *mince*.

On peut réécrire ces conditions comme :

$$L > a_{ext} = q_{ext}^{-1} \quad (3.25)$$

avec $a_{ext} = 10^{18}$ m (Fig 3.2) pour que toutes les échelles du spectre de puissance soient présentes. En plus, il faut que les effets de diffraction transversaux soient négligeables donc (d'après la figure 3.4) :

$$x(z + z') - x(z) \ll a = q^{-1} \quad (3.26)$$

où x est la variation transversale d'un rayon due à la réfraction en traversant partiellement l'écran sur un trajet z' et z est l'axe normal à l'écran. Cette dernière équation se réécrit (cf. Figure 3.4) comme :

$$z'\theta_r \ll a \quad (3.27)$$

où θ_r est l'angle de réfraction introduit par l'inhomogénéité a , qui introduit une variation de phase moyenne ϕ_0 . Il s'écrit donc comme (Roddier, 1981) :

$$\theta_r = \frac{\partial \phi}{k \partial x} = \frac{\phi_0}{ka} \quad (3.28)$$

on remplace θ_r dans l'équation (3.27), on a :

$$z' \ll \frac{ka^2}{\phi_0} = l_0 \quad (3.29)$$

où l_0 est définie comme la *longueur focale*. On peut déjà écrire les conditions de l'approximation de l'écran *mince* comme :

$$a_{ext} < L \ll l_0 \quad (3.30)$$

On place l'écran mince à une distance D de l'observateur. Lors de sa propagation le long de la colonne z dans l'écran mince, l'onde subit des fluctuations de sa phase $\phi = \phi_1 + \phi_2$ (cf. Rytov, 1989), appelées aussi *the eikonal fluctuations*, qui sont dues à deux effets : (i) l'allongement du trajet du rayon optique à cause de la réfraction qui introduit un retard géométrique δt_g d'où un déphasage ϕ_1 , et (ii) la variation de l'indice de réfraction n_r dans l'écran qui modifie la vitesse de propagation des ondes produisant

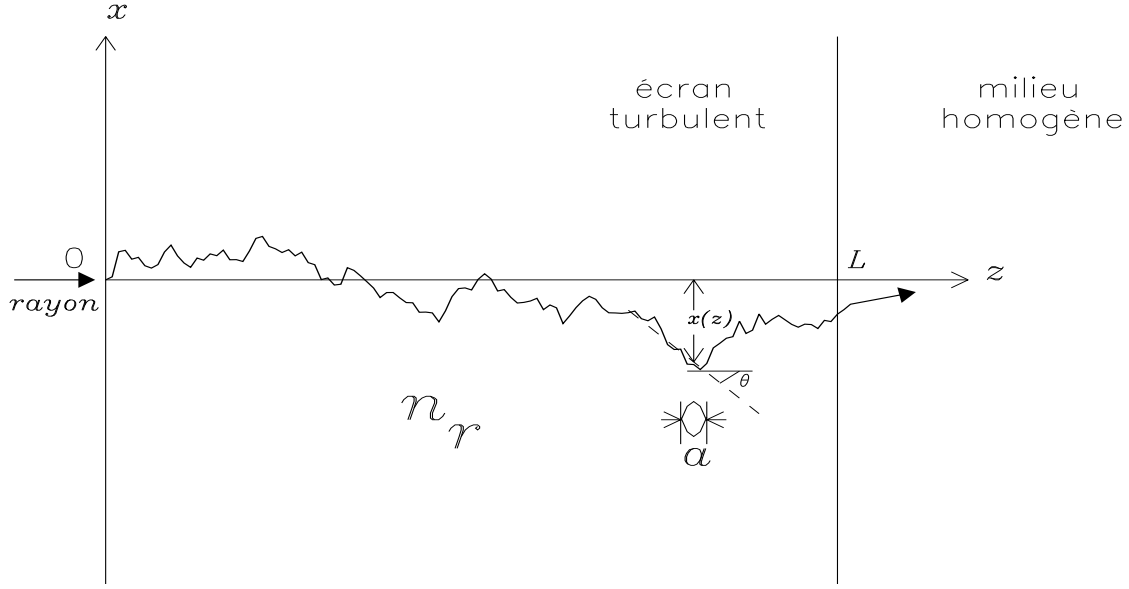


FIG. 3.4 – Propagation d'un rayon à travers l'écran turbulent d'épaisseur L .

ainsi un retard dispersif δt_{DM} d'où un déphasage ϕ_2 (cf. Lovelace, 1970). On écrit alors le déphasage le long de la colonne L de l'écran comme :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (3.31)$$

$$= 2\pi\nu \delta t_g + 2\pi\nu \delta t_{DM} \quad (3.32)$$

où ν est la fréquence de l'onde. L'allongement du chemin dl s'écrit aussi (cf. Figure 3.4) :

$$dl = z' - z = \frac{z}{\cos \theta_r} - z$$

étant dans le cas de l'écran mince, on doit avoir suivant l'équation (3.27) de faibles variations transversales du front d'onde d'où $\theta_r \ll 1$ (comme on le verra dans la suite). On écrit alors le retard géométrique, avec l'approximation des petits angles, comme :

$$\begin{aligned} \delta t_g &= \frac{dl}{c} \\ &\simeq \frac{z}{c} \left[\left(1 + \frac{\theta_r^2}{2} \right) - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\simeq \frac{1}{2} \theta_r^2 \frac{z}{c} \quad (3.33)$$

le déphasage ϕ_1 dans l'écran s'écrit :

$$\begin{aligned} \phi_1 &\simeq 2\pi \nu \left(\frac{1}{2} \theta_r^2 \right) \frac{L}{c} \\ &\simeq \frac{1}{2} k \theta_r^2 L \end{aligned} \quad (3.34)$$

où $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde. En remplaçant θ_r par son expression :

$$\begin{aligned} \phi_1 &\simeq \frac{1}{2} k \frac{\phi_0^2}{a^2 k^2} L \\ &\simeq \frac{1}{2} \frac{L}{l_0} \phi_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

l'équation (3.35) montre que le déphasage introduit par la condition (i) $\phi_1 \simeq \frac{L}{2l_0} \phi_0 \ll \phi_0$ d'après (3.30). On verra plus loin que ϕ_1 est négligeable par rapport à ϕ_2 , en effet il y a un facteur ~ 100 entre les deux déphasages pour $L = 1$ kpc. On ne tiendra compte alors que de ϕ_2 , c'est-à-dire $\phi \cong \phi_2$.

On calcule le déphasage introduit par la condition (ii) à partir du retard dispersif. D'après l'équation (3.23), on écrit :

$$\delta t_{DM} = \frac{c r_e DM}{2\pi \nu^2} \quad (3.36)$$

Ce qui donne comme déphasage d'après la définition de DM (cf. paragraphe précédent) :

$$\begin{aligned} \phi_2 &= 2\pi \nu \frac{c r_e DM}{2\pi \nu^2} \\ &= \lambda r_e \int_0^L n_e(x, y, z) dz \end{aligned} \quad (3.37)$$

On voit dans cette équation que ϕ_2 dépend de la colonne densité à deux dimensions $N_e(x, y) = \int_0^L n_e(x, y, z) dz$. Ceci confirme l'approximation de l'écran mince turbulent, i.e. à deux dimensions, car en effet le déphasage $\phi = \phi_2(x, y)$ ne dépend ainsi que des deux dimensions transversales x et y .

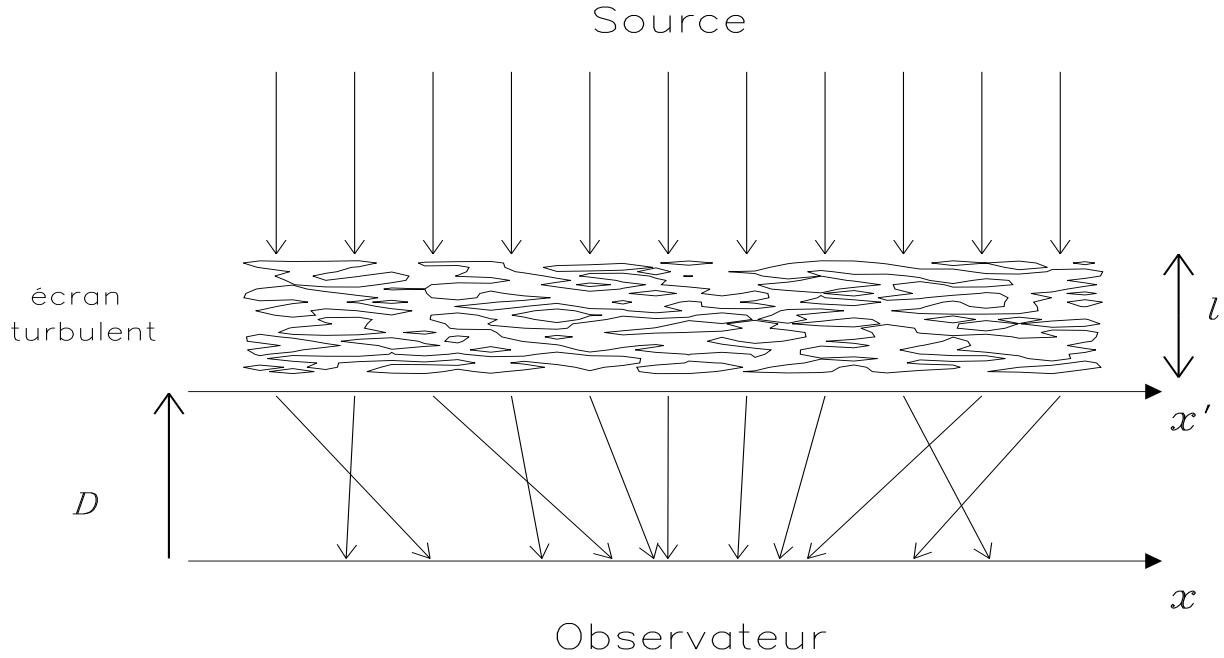


FIG. 3.5 – L'écran turbulent qui provoque la scintillation réfractive

3.4 Modèle de l'écran de phase pour la simulation

Dans ce paragraphe, nous allons calculer le champ de phase $\phi(x, y)$ résultant de la turbulence dans l'approximation de l'écran mince à partir du spectre de puissance de la densité électronique du MIS ionisé. Nous introduisons également la fonction de structure de ce champ de phase.

3.4.1 Calcul du champ de phase $\phi(x, y)$

Pour la construction de l'écran de phase de Kolmogorov, on utilise la relation entre le spectre de puissance de la densité spectrale des inhomogénéités de la densité électronique $\delta_{n_e}(x, y, z)$ du MIS ionisé $P_{3N}(q_x, q_y, q_z)$ et le spectre des fluctuations de la phase $\phi(x, y)$ à 2 dimensions $P_{2\Phi}(q_x, q_y)$, où $q_x = 2\pi/x$, $q_y = 2\pi/y$ et $q_z = 2\pi/z$ sont définis comme des nombres d'ondes. On a démontré¹ à partir de l'équation (3.37) cette relation et obtenu $P_{2\Phi}$ différent d'un facteur 2π de celui qu'obtient Lovelace dans sa démonstration (eq.43. Lovelace, 1970; Lovelace *et al.* 1970). La relation obtenue par Lovelace est celle qu'on trouve dans la littérature. C'est cette équation de Lovelace qu'on utilise pour la construction de l'écran de phase afin d'être cohérent avec les résultats qu'on trouve

¹La démonstration est donnée dans l'Annexe D.

dans la littérature (e.g. Rickett, 1977 ; Armstrong *et al.*, 1995). La relation de Lovelace s'écrit comme :

$$P_{2\Phi}(q_x, q_y) = 2\pi L (\lambda r_e)^2 P_{3N}(q_x, q_y, q_z = 0) \quad (3.38)$$

On veut construire un écran de phase de $N \times M$ pixels avec un pas d'échantillonnage Δr , où N et M sont très grands. On écrit alors les fréquences d'échantillonnages comme :

$$\begin{cases} \Delta q_x = \frac{2\pi}{N\Delta r} \\ \Delta q_y = \frac{2\pi}{M\Delta r} \end{cases} \quad (3.39)$$

En utilisant la définition du spectre de puissance à 2D (Priestley, 1987), on écrit $P_{2\Phi}$ moyenné sur la surface de l'écran de phase $s = NM \Delta r^2$ comme :

$$P_{2\Phi}(q_x, q_y) = \frac{|\mathcal{F}_\phi(q_x, q_y)|^2}{NM\Delta r^2} \quad (3.40)$$

Le champ de phase se calcule alors tout simplement en faisant la TF inverse comme :

$$\phi(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\sqrt{NM\Delta r^2 P_{2\Phi}(q_x, q_y)} e^{i\varphi} \right] \quad (3.41)$$

où φ est la phase de la transformée de Fourier et qu'on va choisir entre 0 et 2π . On remplace le spectre de puissance de la phase $P_{2\Phi}$ de l'équation (3.38) dans (3.41), et on obtient :

$$\phi(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\sqrt{2\pi NM\Delta r^2 \lambda^2 r_e^2 L} \times \sqrt{P_{3N}(q_x, q_y, q_z = 0)} e^{i\varphi} \right] \quad (3.42)$$

en remplaçant P_{3N} par son expression (équation 3.5), on obtient :

$$\phi(x, y) = \lambda r_e \sqrt{2\pi NM\Delta r^2 L} \mathcal{F}^{-1} \left[\sqrt{C_n^2 (q_x^2 + q_y^2)^{-\beta/2}} e^{i\varphi} \right] \quad (3.43)$$

Dans la suite, nous allons construire un écran de phase rectangulaire de N pixels suivant la direction x et M pixels suivant la direction y . On discrétise l'équation (3.43) pour le calcul numérique et on l'écrit comme :

$$\phi[m, n] = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \lambda r_e \sqrt{2\pi NM\Delta r^2 L} \times$$

$$\sum_{l=-N/2}^{N/2} \sum_{k=-M/2}^{M/2} \left[\sqrt{C_n^2 \left(\frac{\Delta r}{2\pi}\right)^\beta [(l/N)^2 + (k/M)^2]^{-\beta/2}} e^{i\varphi[l,k]} \right] e^{-i2\pi[lm/N + kn/M]} \Delta q_x \Delta q_y$$

en remplaçant les fréquences spatiales de l'équation (3.39) dans cette équation, on l'écrit comme :

$$\phi[m, n] = (2\pi)^{\frac{1-\beta}{2}} \lambda r_e \sqrt{\frac{L C_n^2}{N M}} \Delta r^{(\beta/2-1)} \times \sum_{l=-N/2}^{N/2} \sum_{k=-M/2}^{M/2} \left[[(l/N)^2 + (k/M)^2]^{-\beta/4} e^{i\varphi[l,k]} e^{-i2\pi[lm/N + kn/M]} \right] \quad (3.44)$$

Les indices m et n représentent respectivement la discrétisation suivant x et y . Cette équation (3.44) est convenable pour le calcul du champ de phase $\phi(m, n)$ par la subroutine FFT, où le tableau complexe d'entrée doit être hermitien et symétrique, c'est-à-dire ses éléments doivent satisfaire à la condition de conjugaison complexe $c(l, k) = c(-l, -k) = [(l/N)^2 + (k/M)^2]^{-\beta/4} e^{\pm i\varphi(k,l)}$ pour avoir un champ de phase $\phi(m, n)$ réel (Annexe B).

On choisit le spectre de puissance P_{3N} de la densité électronique δ_{n_e} de Kolmogorov $\beta = 11/3$ entre les échelles spatiales interne l_{int} et externe L_{ext} .

D'autre part, comme le spectre de puissance de δ_{n_e} est limité par la fréquence spatiale minimum ($q_{max} = 2\pi/l_{min}$), la fluctuation de la densité électronique δ_{n_e} est alors une fonction à support borné $[-q_{max}, +q_{max}]$. La transformée de Fourier $\mathcal{F}_\phi(q)$ est calculée uniquement sur un certain nombre de points ($N \times M$) de cet intervalle avec un pas $\Delta r = 2\pi/2q_{max}$ au taux de Nyquist.

La fonction $\mathcal{F}_\phi(q)$ est nulle dans l'intervalle $[-q_{min}, +q_{min}]$, où ($q_{min} = 2\pi/L_{max}$) est la fréquence spatiale minimum. On pourra reconstruire, à partir de l'équation (3.44), la phase $\phi(x, y)$ pour toute valeur de x et y d'après le théorème de Shannon.

Il nous reste à choisir la phase φ associée en chaque point de la transformée de Fourier \mathcal{F}_ϕ . Pour cela, on s'inspire de la méthode de Rice (Rice, 1944), φ choisie comme variable aléatoire uniformément répartie entre 0 et 2π . Elle doit être uniformément distribuée entre 0 et 2π . Bien entendu, ce choix de la phase n'est pas unique car en effet certains plasmas de laboratoire montrent des corrélations de phase mais pour notre calcul ce choix reste commode.

Dans sa méthode, Rice calcule le champ aléatoire $\phi(x, y)$ sur $N \times N$ points directement

à partir de la densité spectrale de puissance à deux dimensions $P_{2\Phi}$, comme :

$$\phi(x, y) = \sum_{i_x=0}^N \sum_{j_y=0}^N a_{i_x, j_y} \cos(q_x x + q_y y + \varphi(i_x, j_y)) \quad (3.45)$$

La variable aléatoire φ est aléatoire et uniformément répartie entre 0 et 2π et avec :

$$a_{i_x, j_y} = \sqrt{2 P_{2\Phi}(q_x, q_y) \Delta q_x \Delta q_y}$$

Pour la simulation de la turbulence du MIS ionisé, notre méthode est plus rapide que la méthode de Rice du point de vue temps de calcul. En effet, le calcul de la transformée de Fourier inverse à 2 dimensions est proportionnel à $(N \log_2 N)^2$ opérations, où N^2 est le nombre de points simulés (x, y) , alors que la méthode de Rice nécessite le calcul du carré d'une double somme pour retrouver $\phi(x, y)$, pour tous les points (x, y) (Stern *et al.*, 1965), qui est proportionnel à $(N \times N)^2 = N^4$ opérations. Ceci explique la différence importante entre les temps de calcul par les deux méthodes.

3.4.2 La fonction de structure de la phase

La définition de la fonction de structure de la phase est

$$D_\phi(\rho) = \langle |\phi(r + \rho) - \phi(r)|^2 \rangle \quad (3.46)$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ dans le cas d'une fonction de phase à 2 dimensions.

Par ailleurs, si le spectre de densité électronique est isotrope et si $2 < \beta < 4$, on définit alors $\alpha = \beta - 2$ et la fonction de structure s'écrit, d'après Armstrong *et al.* (1995), pour $l_{int} < \rho \ll L_{ext}$ comme :

$$D_\phi(\rho) = 8\pi r_e^2 \lambda^2 C_n^2 L f(\alpha) (\alpha + 1)^{-1} \rho^\alpha \quad (3.47)$$

$f(\alpha) = 1.12$ pour $\alpha = 5/3$. On peut aussi l'écrire comme :

$$D_\phi(\rho) \sim (\rho/r_{coh})^\alpha \quad (3.48)$$

On a introduit l'échelle de cohérence r_{coh} qui dans ce cas est fonction de la longueur d'onde λ , C_n^2 et L .

On détermine la valeur de r_{coh} , l'échelle de cohérence, en lisant directement sur le graphe

de la fonction de structure (Armstrong, Rickett & Spangler, 1995) la longueur pour $\phi_{rms} = 1$ Rd, soit $r_{coh} = 1.25 \times 10^7$ mètres (cf. Figure 3.6).

Dans la suite, nous allons construire un écran de phase très grand sa taille est ~ 8.5 Gigapixels. Sa fonction de structure (éq 3.46) nous permet de vérifier sa pente et de déduire son échelle de cohérence à partir de son expression théorique (3.47).

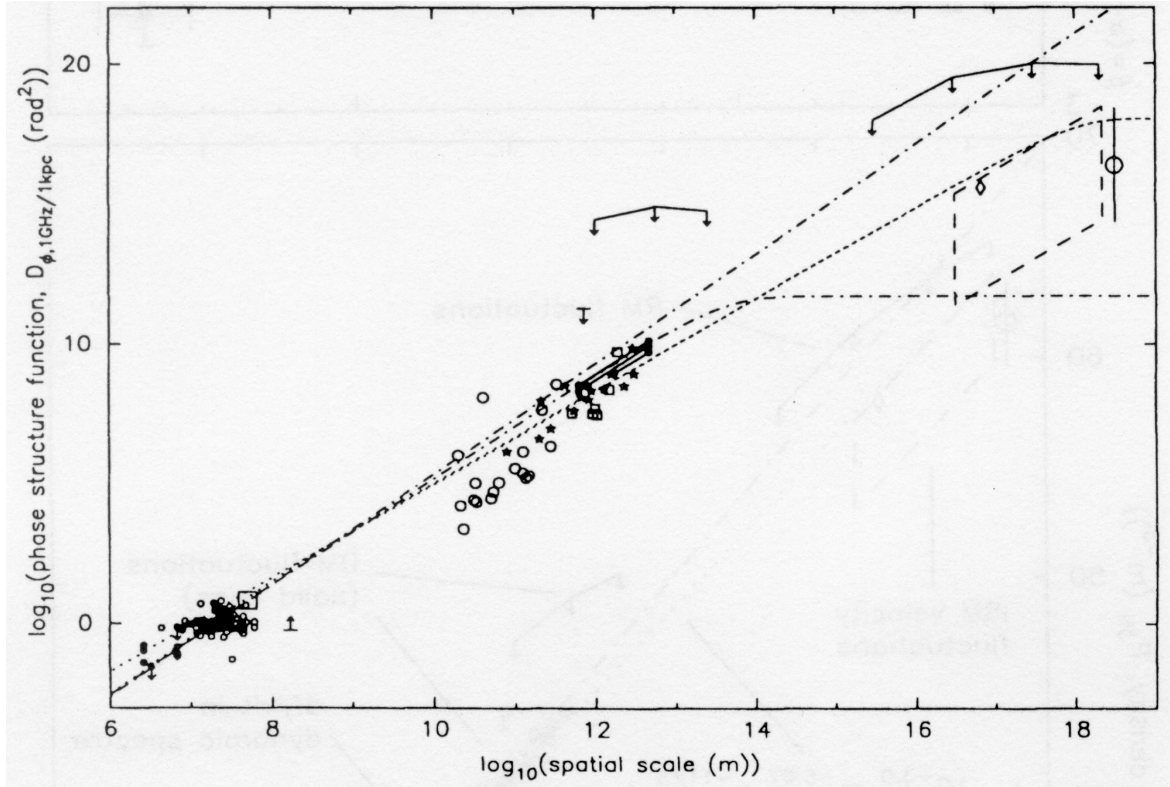


FIG. 3.6 – Courbe logarithmique de la fonction de structure de phase du milieu interstellaire ionisé local à 1GHz et une distance de 1kpc; les différents symboles correspondent à ceux de la figure 3.2. La courbe en points correspond au spectre de puissance de Kolmogorov avec une échelle externe de 10^{18} m et une échelle interne de 10^5 et 10^8 m. La courbe en tirets-points représente le spectre d'indice spectral = 4 son échelle externe est de 10^{13} et $\gg 10^{18}$ m; normalisée pour passer à travers les points obtenus à partir des observations (Armstrong, Rickett & Spangler, 1995).

Chapitre 4

Simulation de la scintillation d'un pulsar en optique géométrique

Dans ce chapitre, nous cherchons à produire un événement ESE comme étant un phénomène de scintillation due à un écran turbulent de Kolmogorov avec l'approximation de l'écran mince. On se limite à un calcul d'optique géométrique plus simple que l'optique ondulatoire traitée dans le chapitre suivant. Ce travail exploratoire nous a permis de mieux appréhender les effets de réfraction dans l'écran turbulent et de nous guider pour le calcul final en optique ondulatoire.

4.1 Principe de l'optique géométrique dans le cas d'un pulsar

Dans le cas où l'amplitude et la direction d'une onde ne varient presque pas sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde, on peut introduire les surfaces d'onde en tous les points desquelles la phase de l'onde est la même, à un instant donné. Ces surfaces d'ondes, d'une onde plane, sont les plans perpendiculaires à la direction de propagation. Dans une toute petite région de l'espace, on peut parler de la direction de la propagation de l'onde, normale à la surface d'onde. On peut encore introduire la notion de *rayons*, lignes dont les tangentes en chaque point coïncident avec la direction de la propagation de l'onde.

L'étude de la propagation des ondes émises par une source dans ce cas constitue l'objet de l'*optique géométrique* (cf. Landau, 1962). Le principe de la méthode utilisée dans ce chapitre est de considérer les fronts d'ondes émises par les pulsars comme des plans parallèles. Ceci est dû au fait que les pulsars sont des sources ponctuelles très éloignées. On considère alors que ces rayons électromagnétiques se propagent normalement aux surfaces de phases constantes.

4.2 Optique géométrique

Dans la simulation, les observations sont unidimensionnelles. On ne s'intéresse qu'à l'axe x' du plan de l'observateur.

On ne tient compte que des variations de la colonne densité électronique N_e suivant x dans l'écran de phase (cf. Fig 1.6). Les rayons seront réfractés par l'écran de phase $\phi(x)$ d'un angle $\theta_r(x)$. L'angle de réfraction s'écrit (cf. Born & Wolf, 1980) :

$$\theta_r(x) = (\lambda/2\pi) \frac{d\phi(x)}{dx} \quad (4.1)$$

Selon le traitement de Clegg *et al.* (1998), un observateur sur Terre, à une distance D de l'écran, recevra le rayon émis au point x de l'écran réfracté par un angle $\theta_r(x)$ au point x' de l'axe de l'observateur (cf. Figure 3.4 et 3.5) :

$$x' = x - \theta_r(x)D \quad (4.2)$$

pour $\theta_r(x) \ll 1$.

Soit I_0 l'intensité de la source avant la traversée de l'écran turbulent. On considère que la source est assez éloignée pour que les rayons I_0 qu'elle émet soient parallèles, et perpendiculaires à l'axe de l'écran de phase ϕ . Le front d'ondes initialement plan, après passage dans l'écran turbulent, va subir des déformations suivant l'axe x parallèle à l'observateur décrit par la coordonnée x' .

Un observateur en x' pourra recevoir plusieurs images I_0 de la source, qui sont issues des différents points $x_1, x_2, \dots, x_{n_{x'}}$. L'intensité apparente de la source I' sera donc l'ensemble des $n_{x'}$ images I_0 reçues par l'observateur.

$$I'(x') = \left(\frac{dx}{dx'}\right) \sum_{i=1}^{n_{x'}} I_0(i) = \left(\frac{dx}{dx'}\right) n_{x'} I_0 \quad (4.3)$$

où $\left(\frac{dx}{dx'}\right)$ est un facteur de normalisation correspondant à la dilatation ou la contraction de la longueur de la région d'observation sur l'axe (x') par rapport à la longueur de l'écran. C'est essentiellement un problème numérique. En optique géométrique, les fluctuations de l'intensité I' sont liées au nombre de rayons qui tombent dans chaque intervalle dx' en provenance de l'axe des x . Ces fluctuations correspondent à la variation du nombre $n_{x'}$, pour chaque x' , qui est dû à un étalement ou une concentration de l'énergie du front d'onde.

L'intensité normalisée d'un pulsar, qu'on va simuler, est proportionnelle à ce nombre $n_{x'}$. On verra dans le prochain paragraphe les équations qu'on utilise pour cette simulation.

4.3 Equations pour la simulation de l'intensité

Nous nous sommes donnés comme but de calculer le facteur $G(x') = I'(x')/I_0$, où $I'(x')$ est l'intensité de l'équation (4.3). Le facteur G est le taux d'amplification ou d'atténuation, appelé le gain.

Dans la pratique, on envoie en provenance de l'axe des x , symbolisant l'écran de phase, N rayons équidistants de Δx , et de même intensité $I_0(x_i)$. Chacun de ces rayons i sera alors réfracté d'un angle $\theta_r(x_i)$. D'après (4.1), on écrit :

$$\theta_r(x_i) = (\lambda/2\pi) \frac{\Delta\phi(x_i)}{\Delta x} \quad (4.4)$$

où $\Delta\phi(x_i)$ est la variation de la phase sur Δx en x_i .

On calcule enfin leur point d'arrivée au niveau de l'observateur x' . L'axe x' de l'observateur est divisé en N éléments de longueur $\Delta x'$.

On écrit le gain G comme ceci :

$$G(x') = \frac{I'(x')}{I_0} \quad (4.5)$$

On remplace I' par son expression (4.3), et on obtient :

$$G(x') = n_{x'} \frac{\Delta x}{\Delta x'} \quad (4.6)$$

Il faut noter que pour le calcul de G , on compte seulement le nombre $n_{x'}$ de rayons I' sur l'axe de l'observateur par longueur élémentaire $\Delta x'$ et on le multiplie par $\Delta x/\Delta x'$. Le nombre $n_{x'}$ est calculé numériquement pour chaque point x' de l'axe de l'observateur. Avec cette méthode, l'intensité reçue par l'observateur est quantifiée et $G(x')$ sera nulle parfois.

Nous allons alors simuler l'écran de phase, qui introduit cet effet de réfraction sur les rayons issus de la source ponctuelle.

4.4 Construction de l'écran de phase à partir d'un spectre turbulent de Kolmogorov à une dimension

On calcule la fonction de phase $\phi(x)$ à partir du spectre de puissance $P_{3N}(q_x)$ à l'aide de l'équation (3.44) réduite à une dimension.

4.4.1 Calcul du spectre de puissance entre 10^9m et 10^{13}m

La distribution de densité électronique dans l'écran de phase est décrite par son spectre de puissance de Kolmogorov P_{3N} (équation 3.5).

Pour simuler l'écran de phase, on se base sur les données d'observations des pulsars radio, par exemple B1937+21 observé à Nançay. Il faut noter que ces observations sont en moyenne journalières durant quelques années. A partir du mouvement relatif entre l'observateur terrestre et la source avec une vitesse $v_r = 50 \text{ km/s}$, on détermine l'échelle spatiale minimum de l'écran qui correspond au pas des observations, soit une journée :

$$\begin{aligned} l_{min} &= 50 \cdot 10^3 \text{m/s} \times (24 \text{ heures} \times 3600 \text{ s/heure}) \\ &\simeq 4 \cdot 10^9 \text{m} \end{aligned} \tag{4.7}$$

Pour notre simulation, on choisit une durée totale de ~ 10 ans. Ce choix peut s'expliquer en partie par une volonté d'avoir un modèle qui balaie assez d'échelles spatiales pour favoriser l'étude des ESEs; d'autre part, une durée trop longue demande un temps de calcul plus long. Cette durée correspond aussi au programme conduit sur le pulsar B1937+21 à Nançay et qui a enregistré plusieurs ESE.

Le pas d'échantillonnage du spectre de puissance est $\Delta q = \frac{2\pi}{N\Delta r}$. D'après la condition de Nyquist, on a :

$$\Delta r = l_{min}/2 = 2 \cdot 10^9 \text{m}$$

Pour choisir le nombre de points d'échantillonnage N du spectre de puissance, on tient compte du fait que l'on calcule la transformée de Fourier à l'aide d'un algorithme de FFT. Pour cela, N doit être une puissance de 2. La simulation sur ~ 10 ans d'observations, avec $v_r = 50 \text{ km/s}$, doit contenir toutes les échelles du spectre de puissance jusqu'à l'échelle spatiale maximum $L_{max} = 50 \text{ km/s} \times 10 \text{ ans} \sim 10^{13}\text{m}$. En effet, L_{max} est la distance parcourue par la ligne de visée dans le MIS en 10 ans. Dans ces conditions, le nombre de points d'échantillonnage $N = \frac{L_{max}}{\Delta r}$ sera égal à **8192**.

La valeur précise de l'échelle spatiale maximum est alors :

$$\begin{aligned} L_{max} &= N \times \Delta r \\ &= 1.6 \cdot 10^{13} m \end{aligned} \quad (4.8)$$

On prend une coupe unidimensionnelle, dans le spectre de puissance de Kolmogorov à 3 dimensions, en posant en plus de $q_z=0$, $q_y=0$. Il s'écrit alors $P_{3N}(q_x, q_y=0, q_z=0) = P_{3N}(q_x) = C_n^2 q_x^{-11/3}$.

On fait le calcul sur l'intervalle $[-q_{min}, +q_{min}]$, avec $q_{min}=2\pi/L_{max}$, afin d'utiliser la subroutine FFT pour le calcul de la transformée de Fourier. En effet, pour utiliser la subroutine FFT on doit définir notre tableau sur les fréquences positives et négatives. Par ailleurs, le spectre de puissance P_{3N} n'est défini que sur les fréquences positives, i.e. entre $(+q_{max})$ et $(+q_{min})$. Pour notre calcul entre les fréquences négatives $(-q_{min})$ et $(-q_{max})$, on prend le complexe conjugué de P_{3N} , de sorte que la partie réelle soit paire et la partie imaginaire soit impaire (cf. § 3.4 et Annexe-A) et donc que la fonction de phase $\phi(x)$ soit réelle.

Dans la suite de ce chapitre, on s'intéressera à la simulation de l'intensité d'un pulsar observée à travers l'écran de Kolmogorov et plus particulièrement au pulsar B1937+21 afin de comparer aux observations conduites au radiotélescope de Nançay.

4.4.2 Calcul de la phase de Kolmogorov $\phi(x)$

Le calcul de la phase $\phi(x)$ se fait à une dimension. On écrit alors l'équation (3.44), avec $q_y=0$ et $M=1$, comme :

$$\phi(x) = \lambda r_e \sqrt{2\pi N \Delta r^2 L} \mathcal{F}^{-1} \left[\sqrt{C_n^2 q_x^{-\beta}} e^{i\varphi} \right] \quad (4.9)$$

L'équation calculée numériquement correspondante est :

$$\phi[m] = (2\pi)^{\frac{1-\beta}{2}} \lambda r_e \sqrt{\frac{L C_n^2}{N}} \Delta r^{(\beta/2-1)} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \left[k^{-\beta/2} e^{i\varphi[k]} e^{-i2\pi[km/N]} \right] \quad (4.10)$$

On choisit les paramètres physiques de l'équation (4.10) de telle sorte à se rapporter aux conditions d'observations réelles des pulsars. On résume ces paramètres comme ceci :

$$L = 1 \text{ kpc}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= 21 \text{ cm} \quad [i.e. \quad \nu = 1.41 \text{ GHz}] \\ C_n^2 &= 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}\end{aligned}$$

On considère que la turbulence est étalée sur une longueur de 1 kpc. Ce choix de $L > L_{ext} = 10^{18}$ m permet de tenir compte de toutes les échelles du spectre de Kolmogorov le long de z dans l'écran turbulent, dans le cadre de l'approximation de l'écran mince. La valeur de C_n^2 de B1937+21 n'est pas très bien connue, elle est comprise entre 10^{-2} et $10^{-4} \text{ m}^{-20/3}$. On discutera dans le chapitre 5 de ce choix de C_n^2 .

La variable φ dans (4.10), est un tableau de $N/2 = 4096$ phases aléatoires et uniformément réparties entre 0 et 2π . On a besoin de seulement 4096 phases aléatoires, du fait qu'une moitié du tableau du spectre de puissance, de $N = 8192$ points, est simplement le complexe conjugué de l'autre moitié. En effet, on génère à partir d'une fonction interne de Fortran 90 un tableau de 4096 nombre aléatoires uniformément répartis entre 0 et 1. On le multiplie ensuite par 2π afin d'obtenir le tableau φ .

On applique la subroutine FFT, pour la TF-*inverse* décrite par l'équation (4.9), au tableau du spectre de puissance (de taille $N = 8192$), et on calcule la fonction de phase $\phi(x)$.

Comme on l'a prévu, on obtient une fonction de phase *réelle*. Sa partie imaginaire n'est pas rigoureusement nulle, mais négligeable. Il y a un facteur 10^6 entre les deux mais nous considérons la partie imaginaire de la phase comme nulle. Dans la suite, on ne tiendra compte que de la partie réelle de la phase $\phi(x)$. Le fait qu'il y ait une partie imaginaire non nulle, mais très petite, est probablement dû à un phénomène numérique de la subroutine de la FFT utilisée¹.

On montre sur la figure 4.1 les 2 parties de la phase de Kolmogorov obtenues. On voit sur la partie réelle de la phase (*trait plein*) que les grandes échelles turbulentes sont dominantes. Ceci est l'un des principes de base de la turbulence de Kolmogorov. Le rms de la phase $\phi(x)$ est $\sigma_\phi = 7 \cdot 10^4$ Rd.

On justifie ici le fait de négliger le déphasage introduit par le retard géométrique ϕ_1 dans l'équation 3.31 (§ 3.3.2). On écrit l'équation 3.34 comme $\phi_1 = \frac{1}{2}kL\theta_r^2$. En remplaçant θ_r par sa valeur $\sim 1.2 \cdot 10^{-9}$ Rd, comme on le verra plus loin dans ce chapitre (cf. Fig 4.4), on obtient $\phi_1 \simeq 6.4 \cdot 10^2$ Rd. La phase ϕ_1 est ~ 110 fois plus petite que $\sigma_\phi = 7 \cdot 10^4$ Rd. Ce rapport entre ϕ_1 et σ_ϕ justifie le fait de ne tenir compte que du déphasage introduit par le retard dispersif ϕ_2 . On peut négliger ϕ_1 et écrire $\phi(x) = \phi_2$.

¹Dans ce chapitre, le calcul de la fonction de phase est effectué en simple précision.

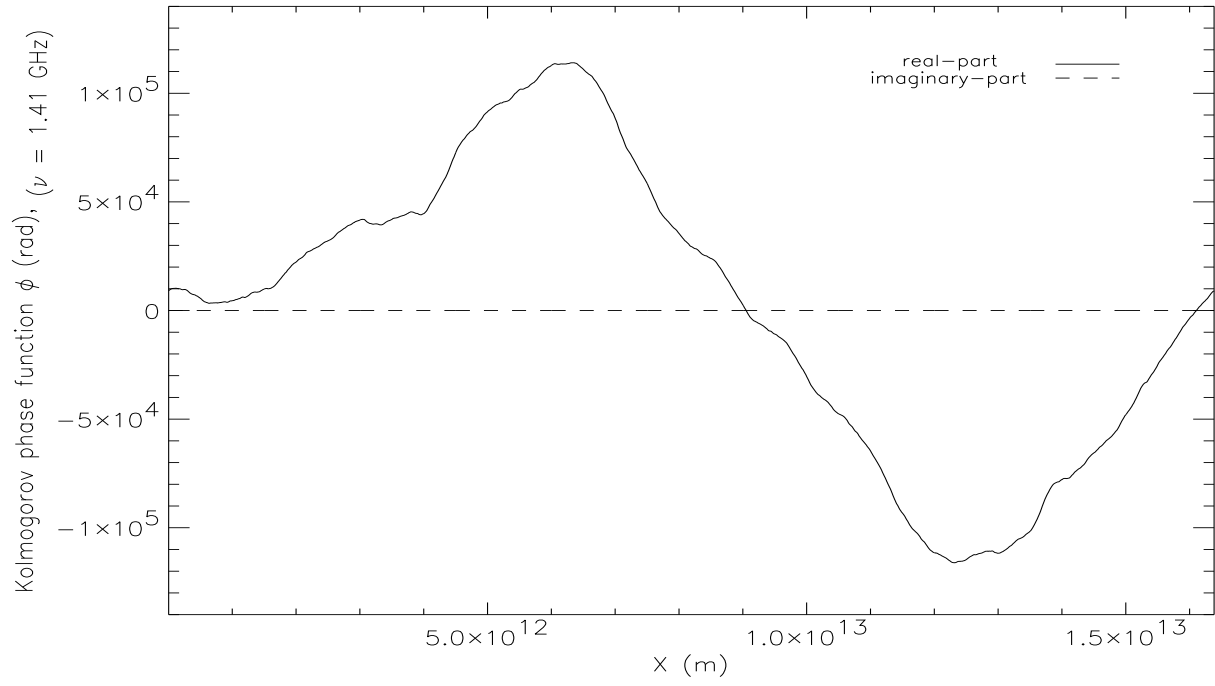


FIG. 4.1 – La phase turbulente de Kolmogorov, partie réelle (*trait plein*) de $\sigma_\phi = 7 \cdot 10^4$ Rd et partie imaginaire (*tirets*). Elle est calculée dans l'approximation de l'écran mince avec $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$ et $L = 1$ kpc.

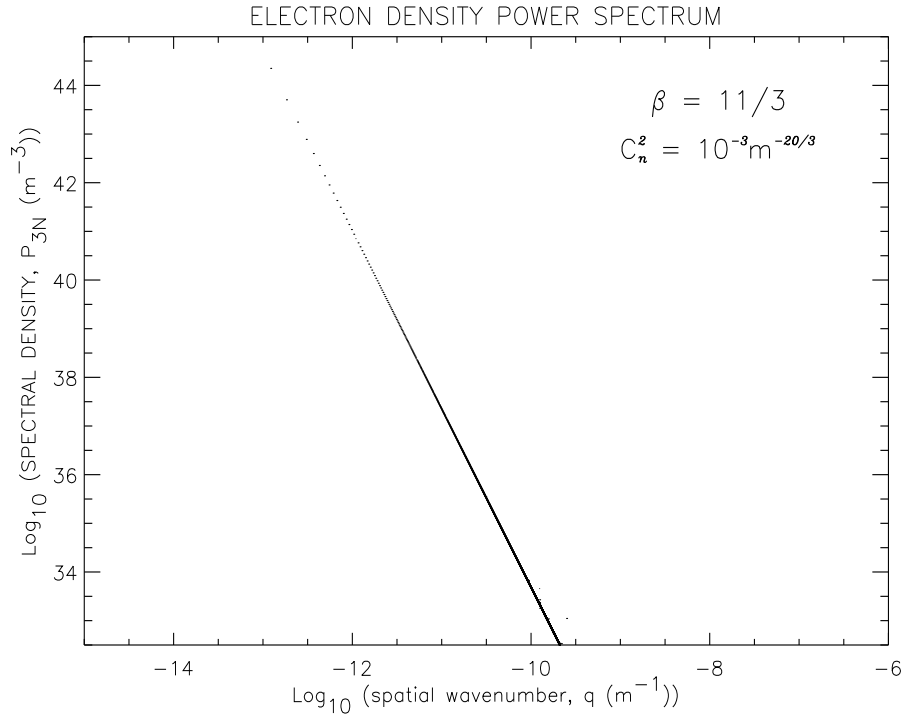


FIG. 4.2 – Courbe logarithmique du spectre de puissance à trois dimensions de la densité électronique, calculé à partir de la fonction de phase en fonction de la fréquence spatiale q entre les échelles de 10^{-9}m et 10^{-13}m . Il représente le spectre de puissance de Kolmogorov, sa pente est égale à $(-11/3)$.

4.4.3 Vérification de l'algorithme de calcul de la phase de Kolmogorov

Avant de simuler l'intensité d'un pulsar reçue à travers l'écran de phase turbulent, on vérifie la construction de l'écran de Kolmogorov en recalculant le spectre de puissance de la densité électronique (I) et la fonction de structure correspondante (II) à partir de la fonction $\phi(x)$.

[I] Le spectre de puissance : On vérifie d'abord que l'on retrouve bien le spectre de Kolmogorov dont on est parti. On calcule cette fois-ci le spectre de puissance à partir de la fonction de phase de Kolmogorov (réelle et imaginaire), avec une FFT directe. On montre sur la figure 4.2 le spectre de puissance de Kolmogorov de la densité électronique $\delta n_e(x)$ obtenu. Sa pente β est bien égale à la pente du spectre de Kolmogorov $(-11/3)$ entre 10^{-9}m^{-1} et 10^{-13}m^{-1} et son amplitude correspond bien à celle de la courbe ajustée de Kolmogorov dans la figure 3.2.

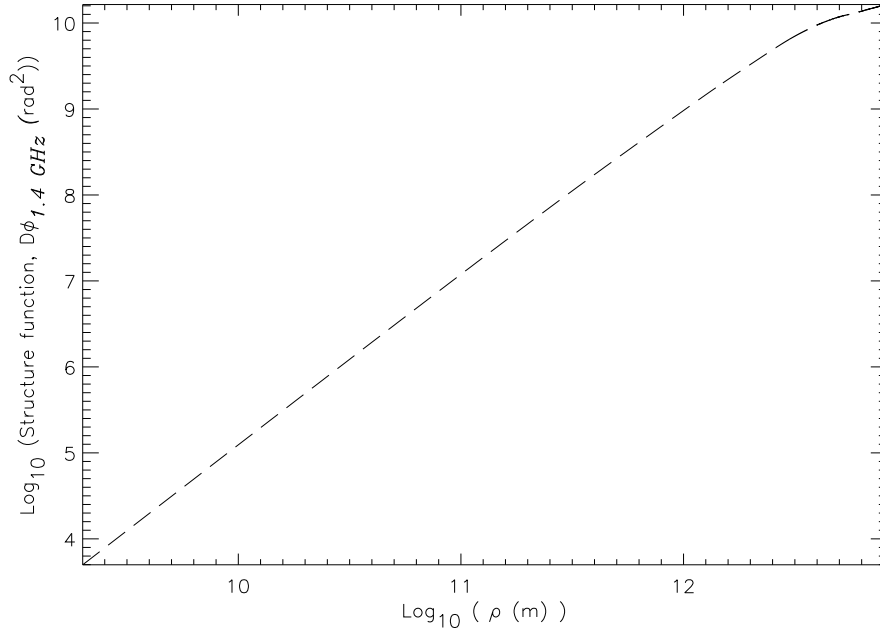


FIG. 4.3 – Courbe logarithmique de la fonction de structure de la phase $\phi(x)$ de Kolmogorov en fonction de l'échelle spatiale ρ . Sa pente est $\simeq 1.649$ entre les échelles $\sim 10^9$ m et $\sim 10^{13}$ m. La pente théorique est de $5/3 = 1.666$.

[II] La fonction de structure : On calcule la fonction de structure de la fonction de phase de Kolmogorov $\phi(x)$, suivant l'équation (3.46) à 1 dimension. Pour cela, on fait un calcul sur $N/2 = 4096$ points. En effet, au delà de 4096 points la variable " ρ " de l'équation (3.46) devient trop grande et il n'y a plus assez de points pour calculer le *rms* de la phase. On montre sur la figure 4.3 la fonction de structure calculée sur les $N/2 = 4096$ points.

Dans le cas de Kolmogorov ($\beta = 11/3$), la pente de la fonction de structure α doit avoir la valeur $\beta - 2 = 5/3 (= 1.66)$. On trouve la valeur $\alpha \simeq 1.649$. Elle est en accord avec la valeur théorique.

La tendance à la saturation de la fonction de structure de la figure 4.3 est probablement due à l'absence des composantes du spectre de Kolmogorov de taille $> N \times \Delta x$ adoptée dans notre calcul.

A partir de notre fonction de phase de Kolmogorov $\phi(x)$, nous allons calculer l'angle de réfraction afin de simuler les observation des pulsars radio.

4.5 Résultats de la simulation de la scintillation d'un pulsar

Pour le calcul du gain G avec l'équation (4.6), on compte le nombre de rayons n_x reçus par l'observateur. Ce nombre dépend uniquement de l'angle de réfraction θ_r et de la distance D entre l'observateur et l'écran de phase.

On calcule l'angle de réfraction θ_r avec l'équation (4.4) à partir de l'écran de phase de Kolmogorov. On montre sur la figure 4.4 la variation de l'angle de réfraction en fonction de x . On voit que les valeurs de θ_r sont relativement petites ($\ll 1$), avec $\sigma_\theta = 1.2 \times 10^{-9}$ radians. Ceci vérifie et confirme les approximations faites dans le cadre du modèle de l'écran mince.

Ce *rms* de l'angle de réfraction est proche de "l'angle de scattering", soit ici 0.24 mas. Ceci est petit, ~ 10 fois trop petit, pour les pulsars à ~ 1.41 GHz. La raison provient en fait que nous nous sommes limités aux échelles $< 8192 \times 10^9$ m pour le spectre des densité électronique dans notre simulation. Au chapitre suivant, avec de plus grandes échelles, nous verrons que l'angle de scattering obtenu est plus conforme aux observations.

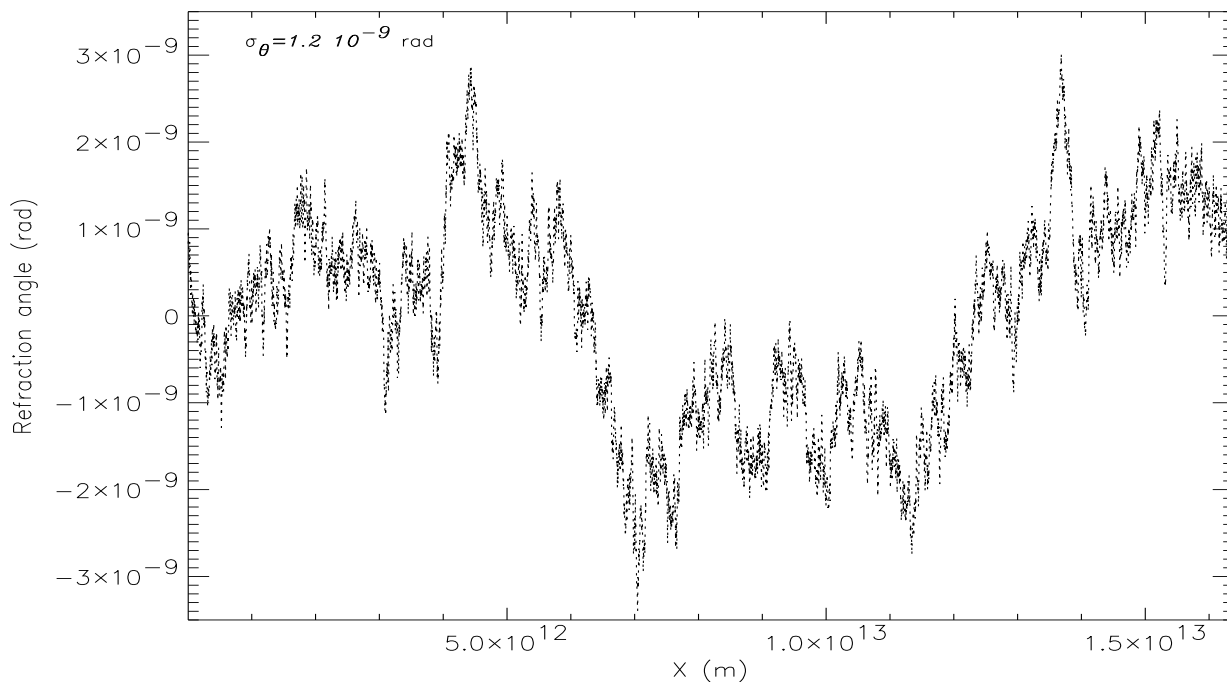


FIG. 4.4 – L'angle de réfraction calculé à partir de la fonction de phase de Kolmogorov (Figure 4.1). Le *rms* de ces fluctuations est $\sigma_\theta = 1.2 \times 10^{-9}$ rad.

4.5.1 Tests des effets de la distance sur l'observation

On écrit d'après l'équation (4.2) :

$$\begin{aligned} x - x' &= \theta_r(x) D \\ \delta x &= \theta_r(x) D \end{aligned} \tag{4.11}$$

D'après cette équation (4.11), on voit que la réfraction des rayons est directement proportionnelle à la distance D de l'écran de phase. En effet, plus D est grand et plus les rayons se déplacent dans le plan de l'observateur (Figure 4.5). On déduit de cette équation, qu'au delà d'une certaine distance D_{max} l'observation simulée, avec un écran de ~ 10 ans, sera incomplète. En effet, il peut y avoir des rayons, en provenance des 2 régions externes à l'écran de phase "simulé" (*Region A* et *Region B* dans la figure 4.5), qui vont être réfractés vers la région d'observation. L'observation serait alors incomplète, puisque on ne la calcule qu'à partir des rayons issus de l'écran de phase simulé (sur ~ 10 ans) sans tenir compte de ceux qui sont issus des 2 régions *A* et *B*.

On peut calculer aisément les bords de l'écran pour que la majorité des rayons tombent dans le plan de l'observateur. Les bords de chaque côté de l'écran doivent être d'une longueur de $3\sigma_\theta \times D$ soit 10^{11} m avec $\sigma_\theta = 1.2 \cdot 10^{-9}$ rad trouvé plus haut et $D = 1$ kpc adopté ici. Nous avons ajouté ces bords aux dimensions de l'écran.

4.5.2 Calcul de l'intensité pour différents D

Nous allons maintenant appliquer ce calcul d'optique géométrique au cas du pulsar B1937+21 d'une distance $D = 3.6$ kpc (Taylor & Cordes, 1993). On fait le calcul du gain (intensité normalisée) de B1937+21 avec différentes valeurs de D , entre 0.5 et 3 kpc (les figures correspondantes sont montrées à la fin de ce chapitre).

- Pour $D = 0.5$ kpc, on remarque qu'il ne montre pas d'importantes variations régulières (Figure 4.11). Comme on peut le voir d'après la figure 4.6, les rayons à 0.5 kpc de l'écran sont quasi-parallèles, ce qui explique cette régularité des variations.

- Pour $D = 1$ kpc, l'intensité montre de plus fortes variations avec des pics mais ceux-ci restent trop brefs pour avoir un comportement d' ESE (Figure 4.12). On ne voit que de la scintillation journalière.

- Pour $D = 2$ kpc, les variations de l'intensité trouvées sont beaucoup plus apparentes qu'à $D = 1$ kpc (Figure 4.13). On ne voit pas d'ESEs, mais ceci montre déjà que plus D augmente et plus la variation du gain montre des systématismes qui ressemblent

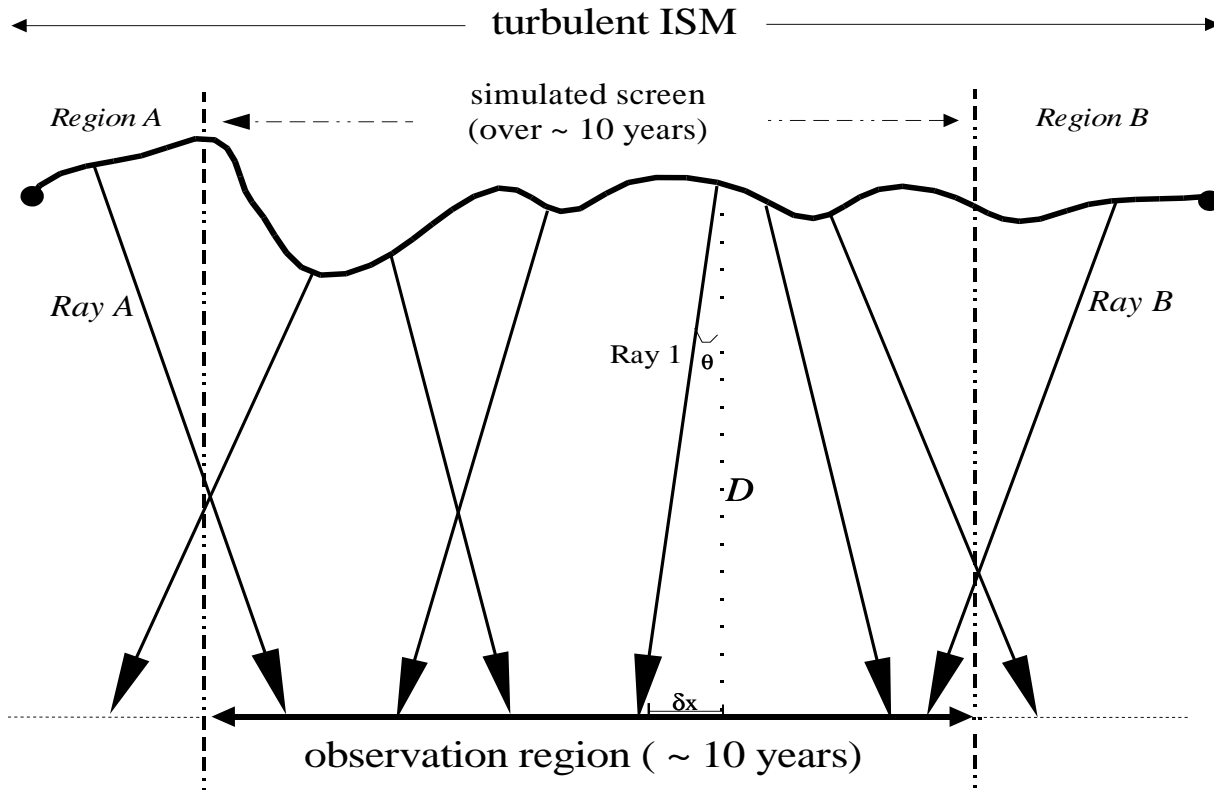


FIG. 4.5 – Propagation des rayons issus de l'écran de phase turbulent.

à des ESEs.

4.5.3 Calcul de l'intensité pour $D = 3$ kpc

La figure 4.7 montre les variations du gain sur des périodes de 6 mois durant 10 ans de simulation. Cette figure montre de fortes variations de l'intensité du pulsar, dues à la turbulence, qui à certains endroits ressemblent à des ESE's. On a marqué 4 ESE's (les plus apparants dans ces courbes) par une courbe représentant le comportement d'un ESE. On voit une augmentation brutale de la valeur du gain et puis il tombe avant de remonter brutalement de nouveau. On les présente dans le Tableau ci-dessous.

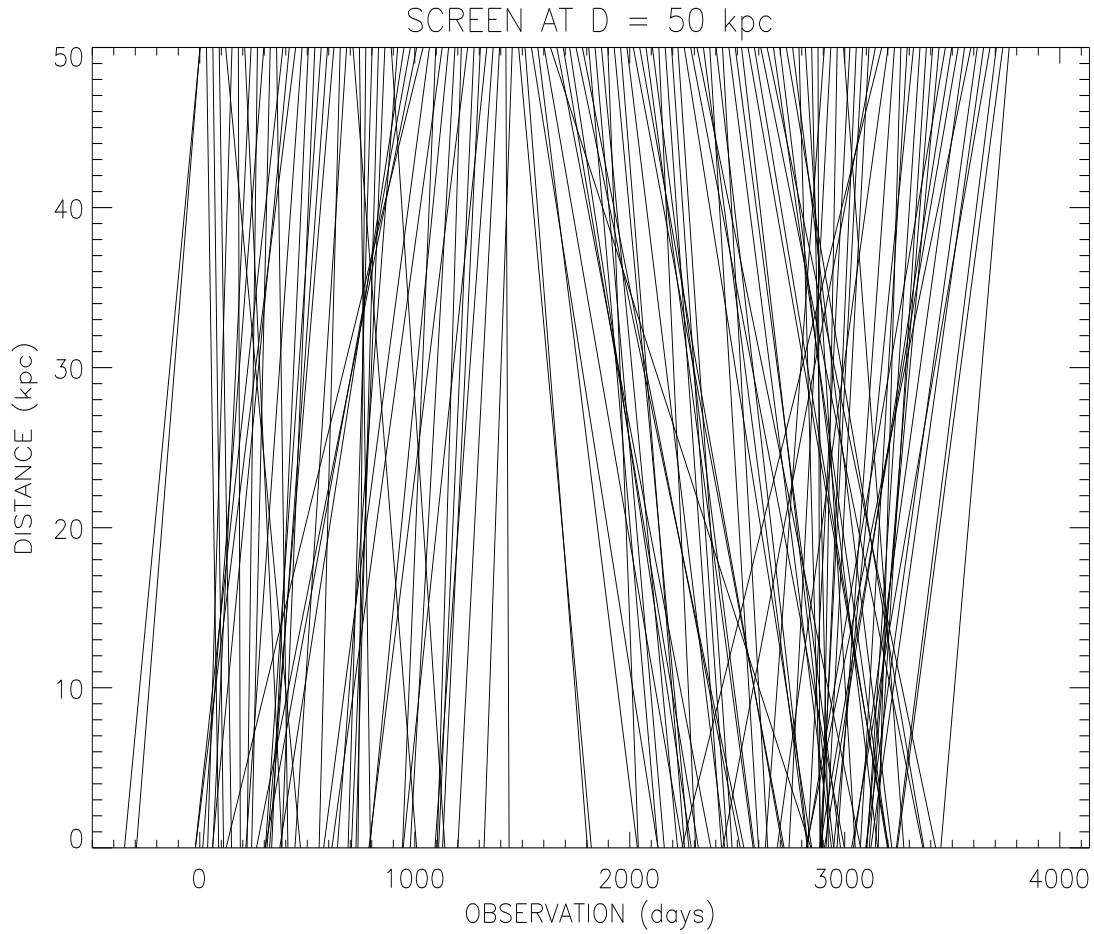


FIG. 4.6 – Schéma montrant l'effet réfractif de l'écran de phase de Kolmogorov. Il montre la trajectoire des rayons x_i après avoir traversé l'écran de phase de Kolmogorov de ~ 10 ans. La distance D a été prise exagérément grande pour mieux illustrer le phénomène réfractif.

	<i>début</i>	<i>fin</i>	<i>durée (jours)</i>
ESE 1	460	510	~ 35
ESE 2	730	775	~ 30
ESE 3	2675	2735	~ 32
ESE 4	2840	2885	~ 25

On déduit de ce tableau que sur les 10 ans d'observation la durée totale des 4 ESEs est de 122 jours, soit une fraction temporelle de 0.032. Cette valeur est en accord avec celle mesurée en direction du pulsar B1937+21, qui est de 0.042 [LRC98].

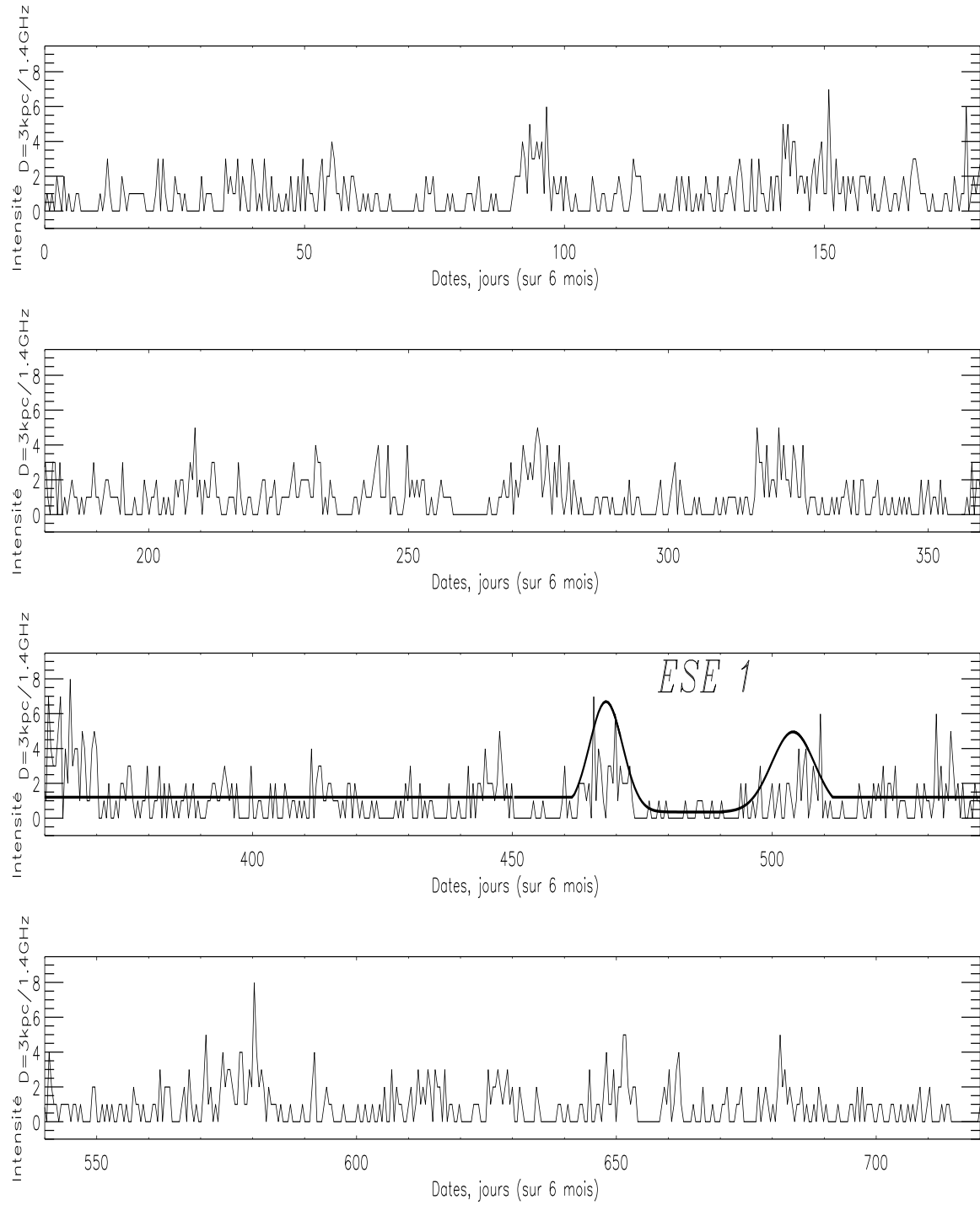
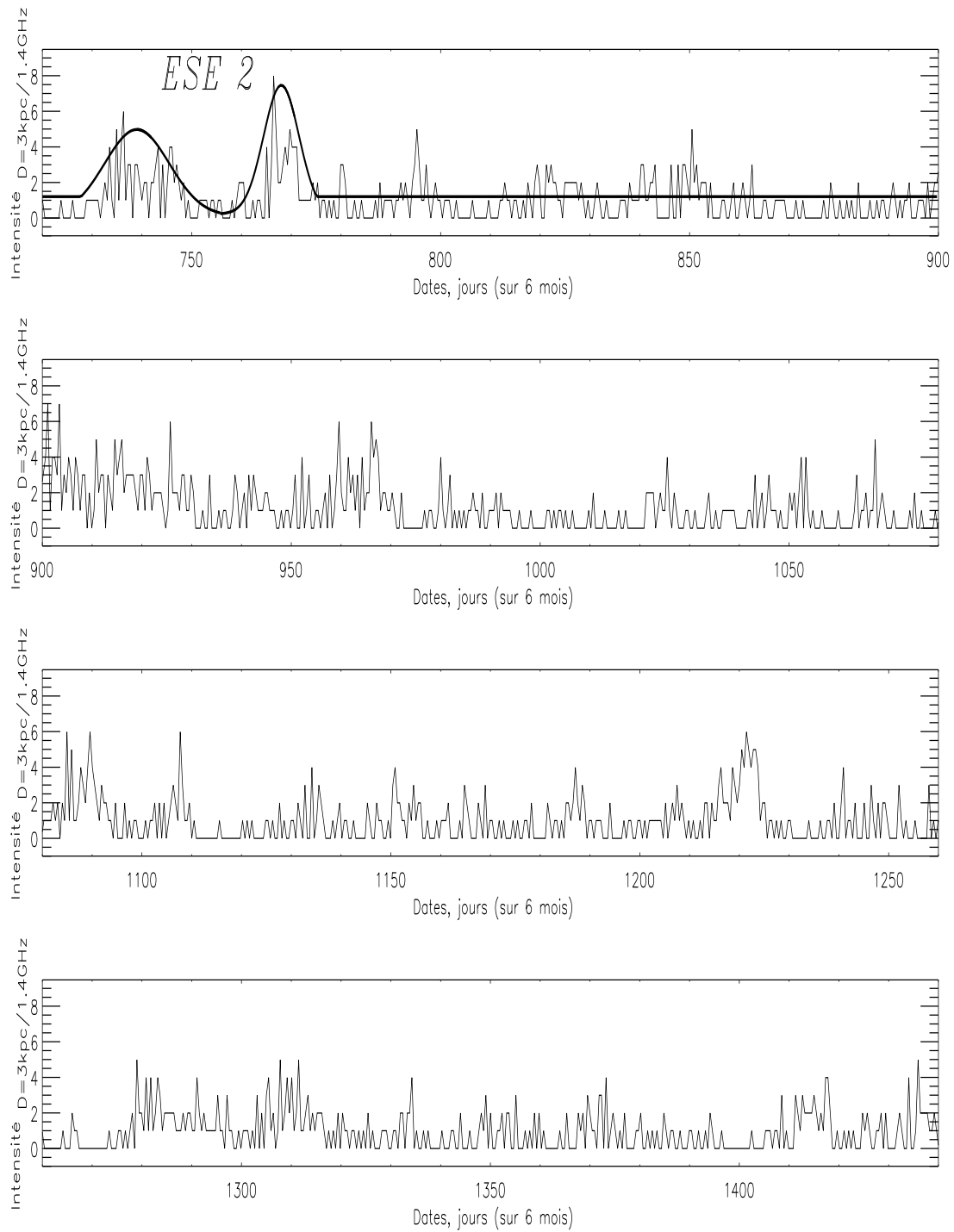


FIG. 4.7 – Le gain calculé, durant les 10 ans de simulation, avec une distance de l'écran de phase de 3 kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On distingue '4 ESEs' que nous avons marqué par un lissage. Le phénomène de scintillation classique est superposé.

**Figure 4.7 - suite**

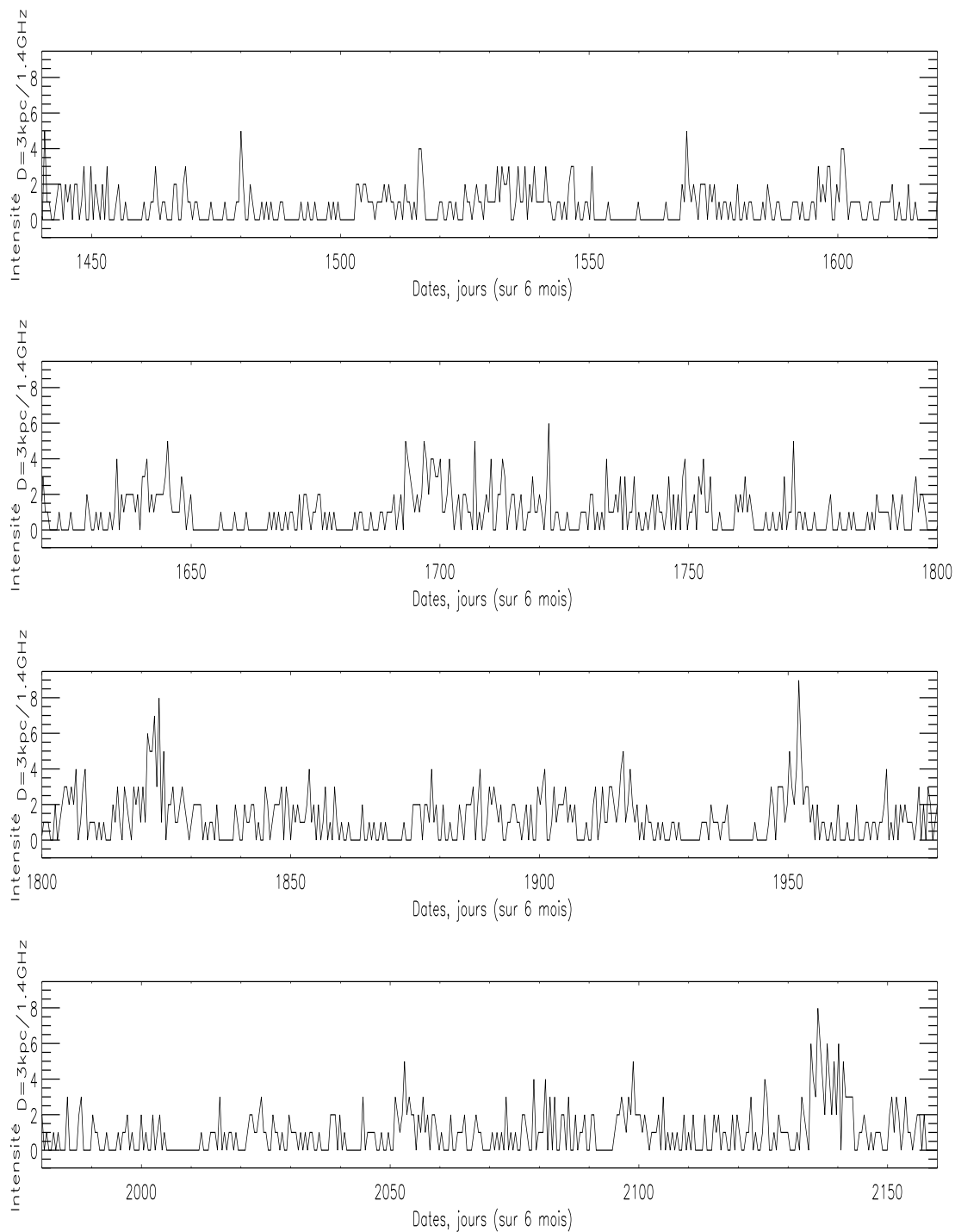


Figure 4.7 - suite

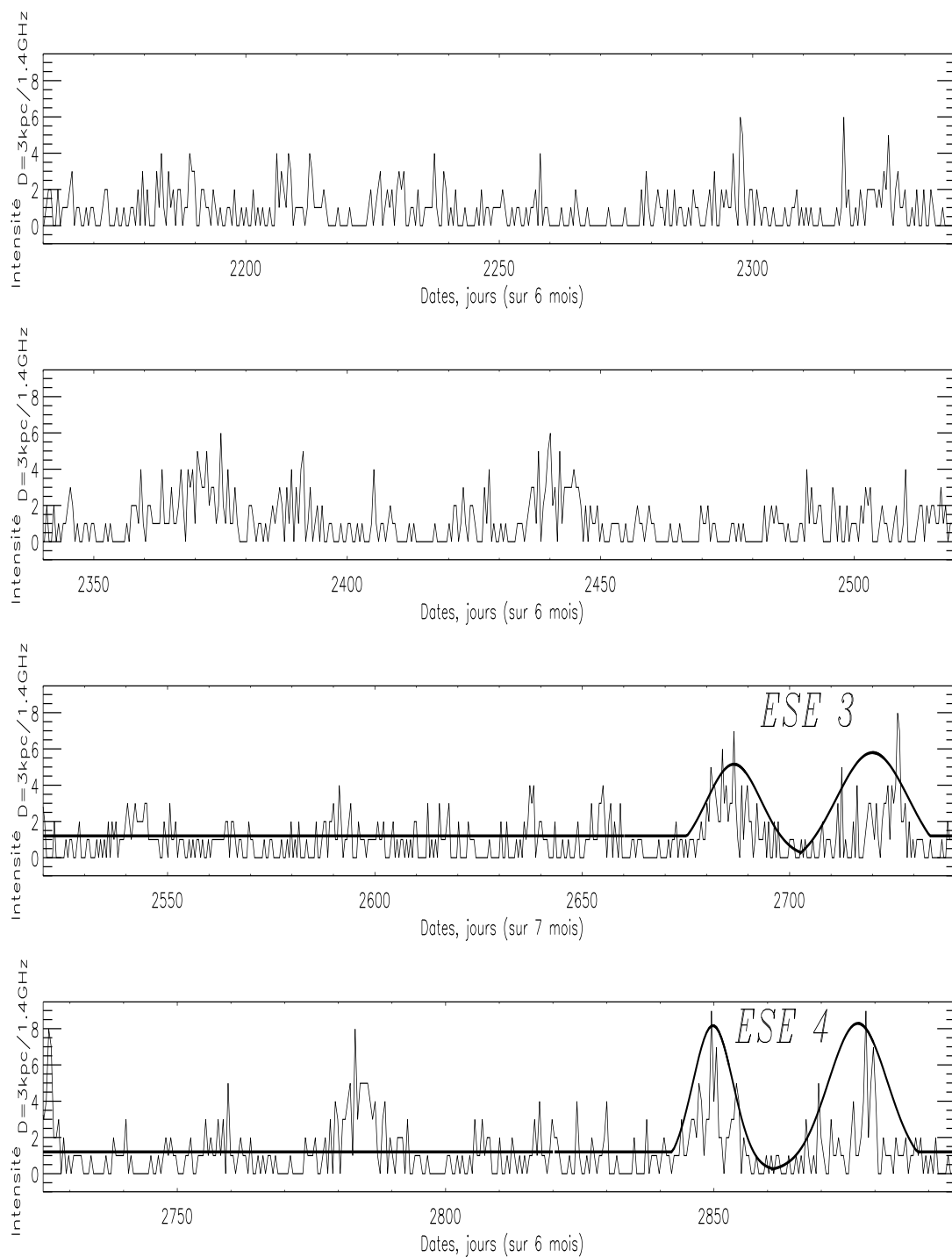
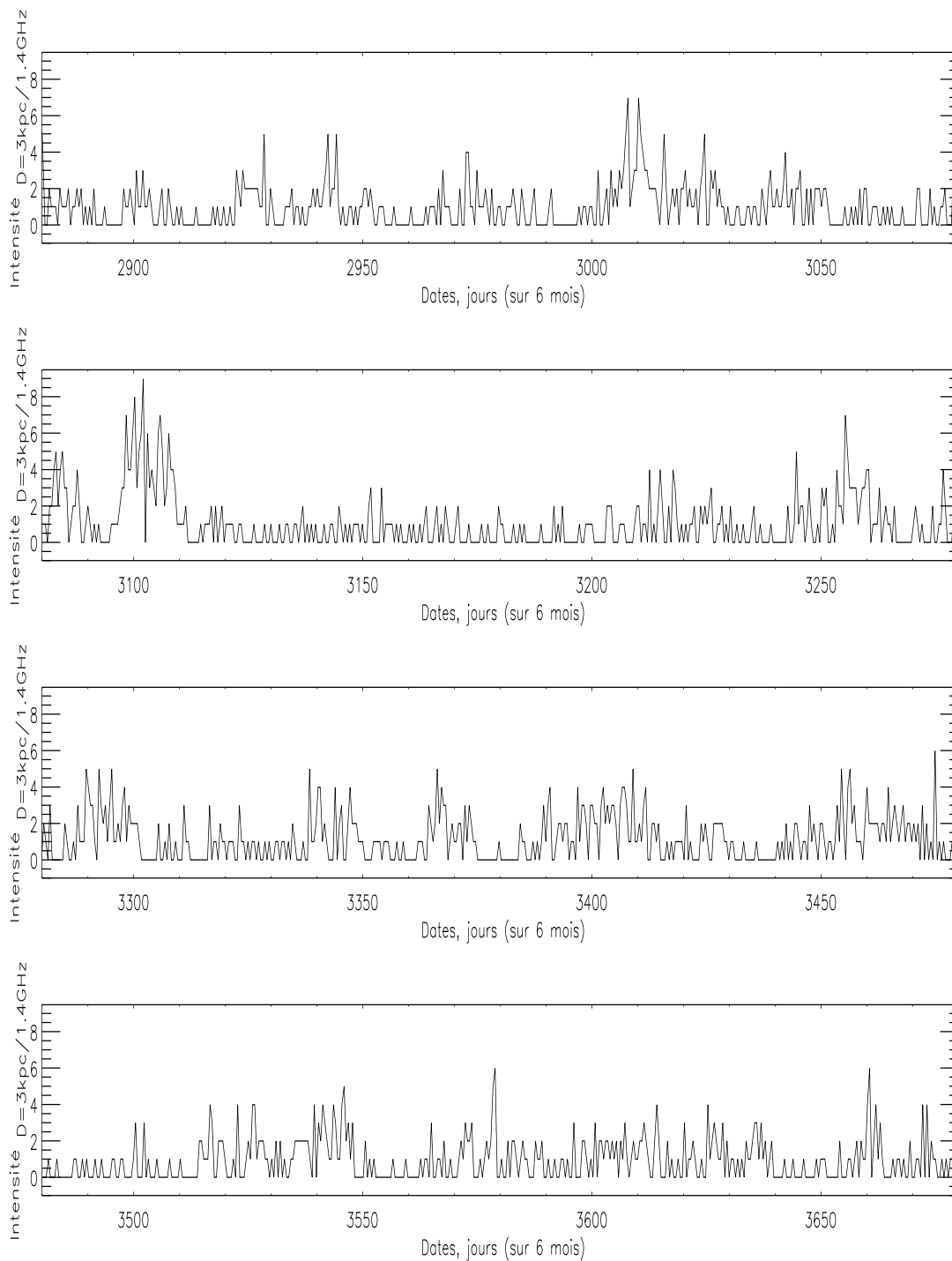


Figure 4.7 - suite

**Figure 4.7 - suite**

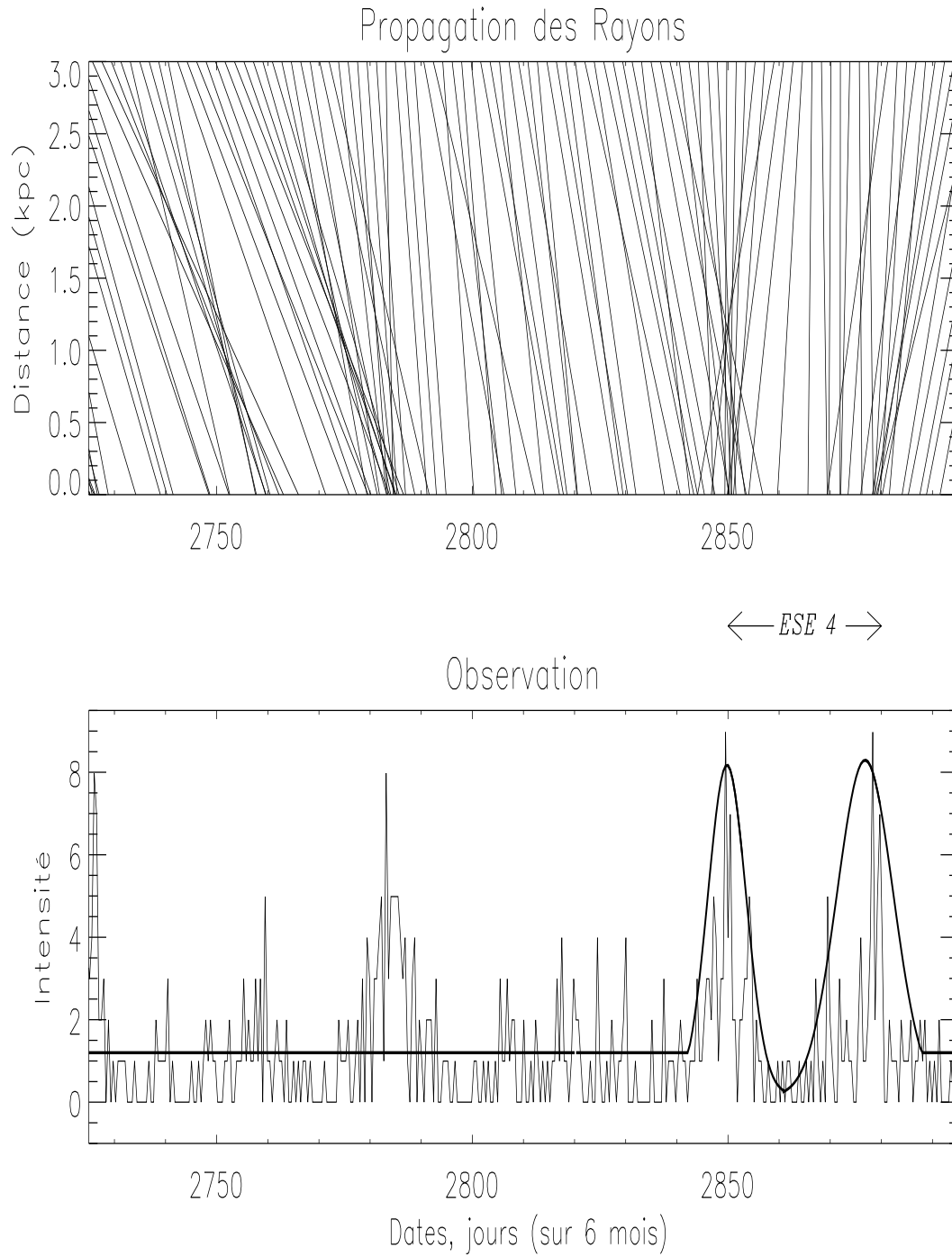


FIG. 4.8 – *haut* Agrandissement sur les 6 mois incluant l'ESE 4 de la propagation des rayons et *bas* l'observation durant ces 6 mois ; avec $D = 3$ kpc.

La figure (4.8 - *graphique du haut*) montre la propagation des rayons dans le cas de l'ESE 4 et en dehors des ESEs. Ces deux graphes montrent la focalisation et la défocalisation des rayons qui expliquent le phénomène d'ESE. On voit que lors des 2 maxima de l'ESE 4 (*graphique du bas*), on a une concentration de rayons dans ces 2 régions du plan de l'observateur. Alors qu'on a très peu de rayons entre ces 2 maxima. L'ESE numéro 4 est sans doute le plus caractéristique. Cette étape du calcul a un but exploratoire et nous a encouragé à engager le calcul complet en optique ondulatoire.

Nous allons caractériser la scintillation simulée dans ce cas. Nous calculons alors l'indice de modulation $m_r = \sigma_I / \langle I \rangle$ de l'intensité dans la figure (4.7) et on trouve $m_r = 1.11$ alors qu'un indice de 0.30 a été mesuré en direction du pulsar B1937+21. Cette valeur est très élevée comparée à celle obtenue dans les observations de B1937+21 [LRC 1998].

Nous calculons également la fonction d'auto-corrélation de l'intensité que nous montrons dans la figure (4.9). On déduit de cette figure la valeur du temps de réfraction t_r . Il correspond à sa largeur à mi hauteur. Nous trouvons $t_r \simeq 3$ jours qui est très petit comparé au $t_r = 16$ jours mesuré en direction de B1937+21.

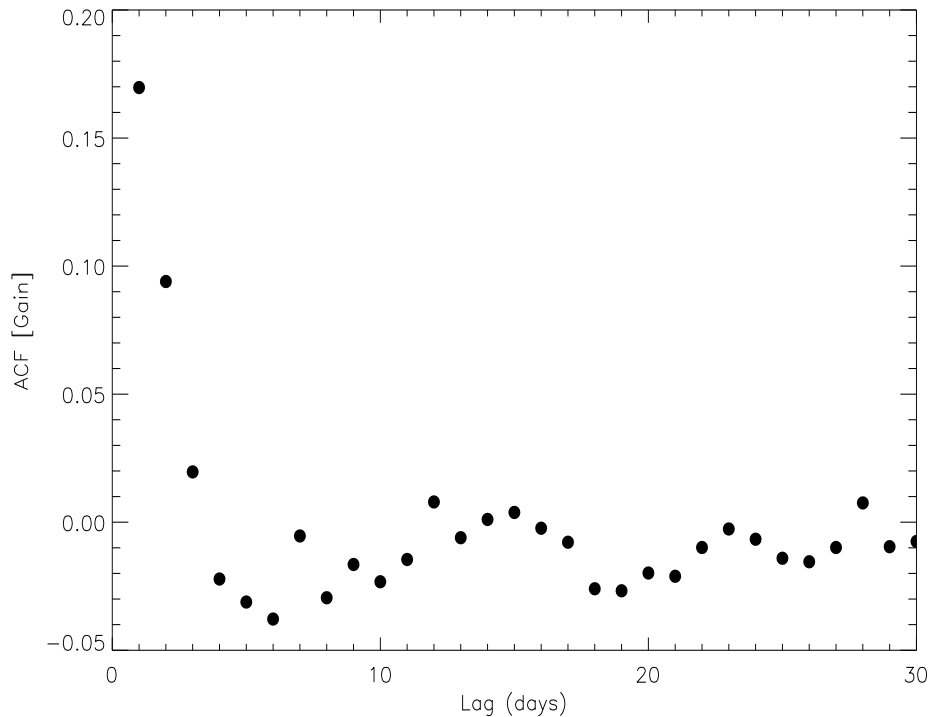


FIG. 4.9 – Fonction d'auto-corrélation de l'intensité simulée de B1937+21 à 1410 MHz.

4.6 La simulation des ESEs avec $D = 3\text{kpc}$

4.6.1 Tests statistiques avec plusieurs écrans de phase simulés

Afin de confirmer nos résultats, on fait une étude statistique en effectuant 10 tests avec notre modèle. On voit alors si on obtient des ESEs à chaque test (cf. Tableau ci-dessous).

Pour cela, on garde la même valeur de $D = 3\text{ kpc}$. On garde aussi les mêmes paramètres physiques qu'on a utilisés pour la simulation de l'écran de phase de Kolmogorov (§ 4.4.2). Par contre, pour la fabrication de chaque écran de phase, on génère à chaque test un nouveau tableau de phases aléatoires différentes φ . On aura ainsi un nouvel écran de phase de Kolmogorov à chaque test. On calcule à chaque test le nombre d'ESEs obtenus ainsi que la fraction temporelle.

Lors de ces tests, on vérifie la pente de la fonction de structure α .

Tests	α	nombre d'ESEs	<i>Fraction temporelle</i>
<i>Test 1</i>	1.678	2	~ 0.009
<i>Test 2</i>	1.711	5	~ 0.044
<i>Test 3</i>	1.638	3	~ 0.019
<i>Test 4</i>	1.683	2	~ 0.014
<i>Test 5</i>	1.629	5	~ 0.041
<i>Test 6</i>	1.716	2	~ 0.015
<i>Test 7</i>	1.639	3	~ 0.016
<i>Test 8</i>	1.618	3	~ 0.023
<i>Test 9</i>	1.636	2	~ 0.011
<i>Test 10</i>	1.642	3	~ 0.027

On déduit de ces 10 tests, la moyenne de la pente de la fonction de structure $\langle\alpha\rangle = 1.659$ avec un écart type de 0.035. Il est satisfaisant d'être aussi proche de $\alpha = 5/3$, qui est la valeur théorique.

Sur les 10 ans d'observation, la moyenne du nombre d'ESEs obtenus est de 3.0 avec un écart type de 1.1 . Le fraction temporelle est de 0.022 en moyennne avec un écart type de 0.012. Les ESEs observés en direction de B1937+21, montrent une fraction temporelle de 0.042 sur 6.5 ans d'observation [LRC98]. Cette valeur observée est comparable à celle qu'on vient de trouver.

4.6.2 La simulation de la scintillation à 8 GHz

Les observations d'ESEs en direction de sources extragalactiques ont été conduites aussi à 8 GHz (Fiedler *et al.*, 1987).

Nous allons refaire le calcul avec cette fréquence ($\lambda = 3.75\text{cm}$) même si les pulsars sont rarement détectables à cette fréquence. L'angle de réfraction θ_r sera plus petit que dans le cas précédent ($\nu = 1.41\text{ GHz}$), car λ est plus petit d'environ $5\frac{1}{2}$ (équation 4.1). Pour compenser cet effet, on utilise un pas Δx qui est 16 fois plus petit que le précédent sur $16 \times N$ points, afin de balayer les 10 ans de notre simulation. Ainsi on estime mieux cette réfraction et son effet sur le gain.

On montre sur la figure 4.10 le gain obtenu sur des périodes de 20 jours durant $2\frac{1}{2}$ ans². Contrairement à la fréquence de 1.41 GHz, sur les 10 ans d'observation simulés, on ne voit pas d'ESE. On ne voit que de la scintillation journalière. Cette absence de scintillation ESE à haute fréquence est en fait cohérent avec les observations sur les quasars de Fiedler et al. (1994). Seul le quasar 0954+658 a montré une variation simultanée à 2.7 et 8.1 GHz.

4.7 Discussion de la simulation de la scintillation en optique géométrique

Les résultats obtenus avec ce calcul semblent donc encourager notre idée que la turbulence du MIS ionisé peut être à l'origine des ESEs. Par contre, les paramètres de la scintillation obtenus ne sont pas cohérents avec les paramètres observés. Nous ne pouvons donc pas s'arrêter à cette étape.

Il faut noter que dans notre travail en optique géométrique, on a fait abstraction de la nature ondulatoire des ondes émises par les sources radio, par conséquent on n'a pas tenu compte du phénomène d'interférence entre les rayons lors de leur propagation. Cette étude reste donc incomplète mais permet une bonne illustration du phénomène physique. D'un autre côté, comme dans les observations réelles, le flux reçu par le télescope est l'intégration de l'énergie d'une région du ciel à 2 dimensions (α, δ), l'étude à 1 dimension reste ainsi incomplète. Dans notre cas, la simulation d'un écran de phase à deux dimensions est importante du fait que les fortes variations de l'intensité sont dues aux variations de la phase suivant les deux directions x et y dans l'écran.

Notre étude en optique géométrique a montré que la turbulence interstellaire de type Kolmogorov peut produire des ESEs. Cette simulation est assez rapide du point de vue temps de calcul et ne nécessite pas beaucoup de mémoire RAM de la machine pour le calcul de l'écran de phase. Une simulation en optique géométrique à 2 dimensions aurait pu renforcer ces conclusions de la simulation en 1D. Mais notre choix est plutôt de confirmer ou d'infirmer ces conclusions par un calcul plus complet en tenant compte de la nature ondulatoire de la lumière. Nous ferons donc dans la partie suivante le calcul en optique ondulatoire et à 2 dimensions.

²On a choisi cette durée de $2\frac{1}{2}$ ans, plus courte que les 10 ans de notre simulation, uniquement pour montrer une figure plus agrandie pour mieux apprécier l'observation simulée.

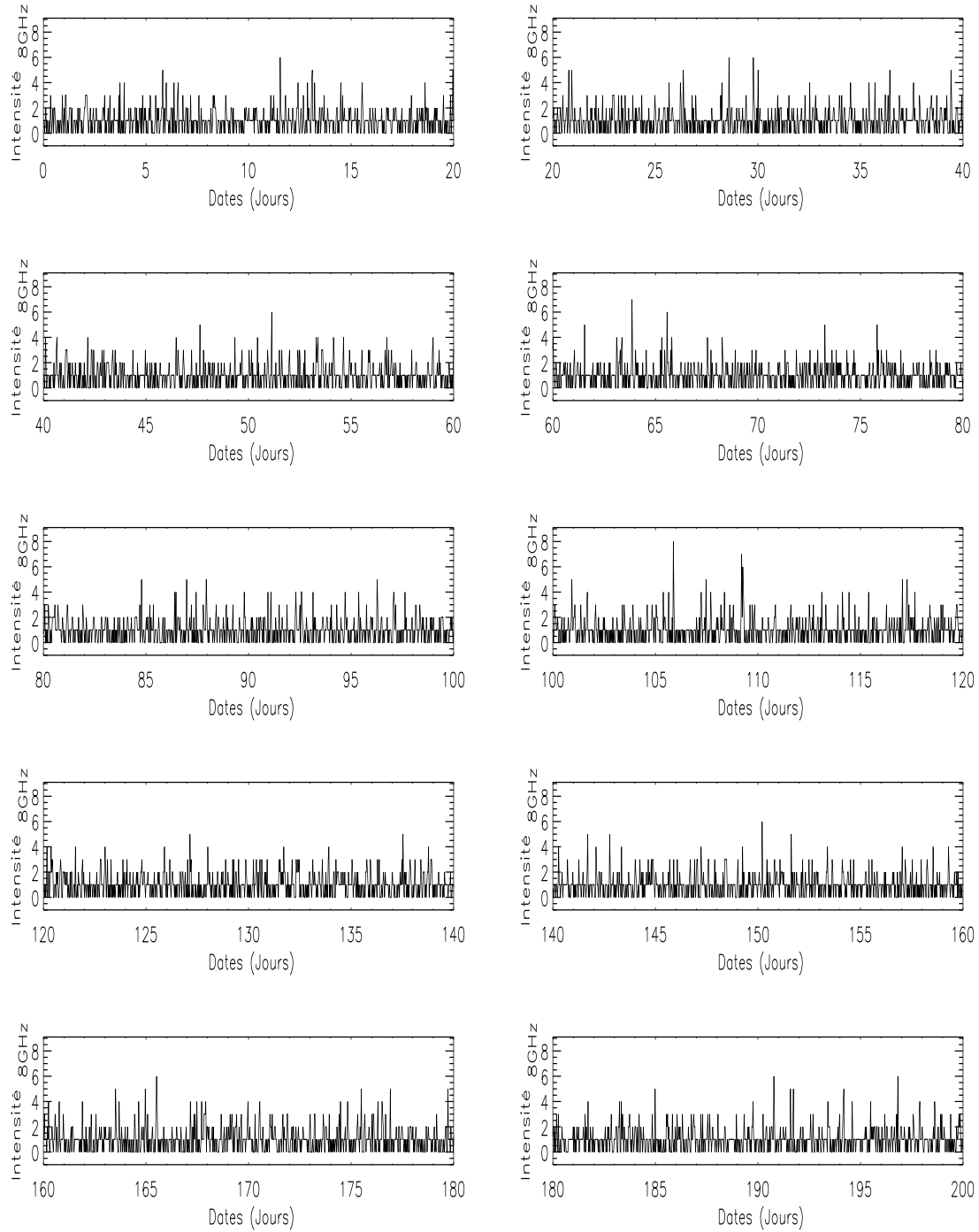


FIG. 4.10 – Variation du gain à 8 GHz sur des périodes de 20 jours durant $2\frac{1}{2}$ ans; avec $D = 3$ kpc et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue aucun phénomène d'ESE. On observe uniquement le phénomène classique de scintillation.

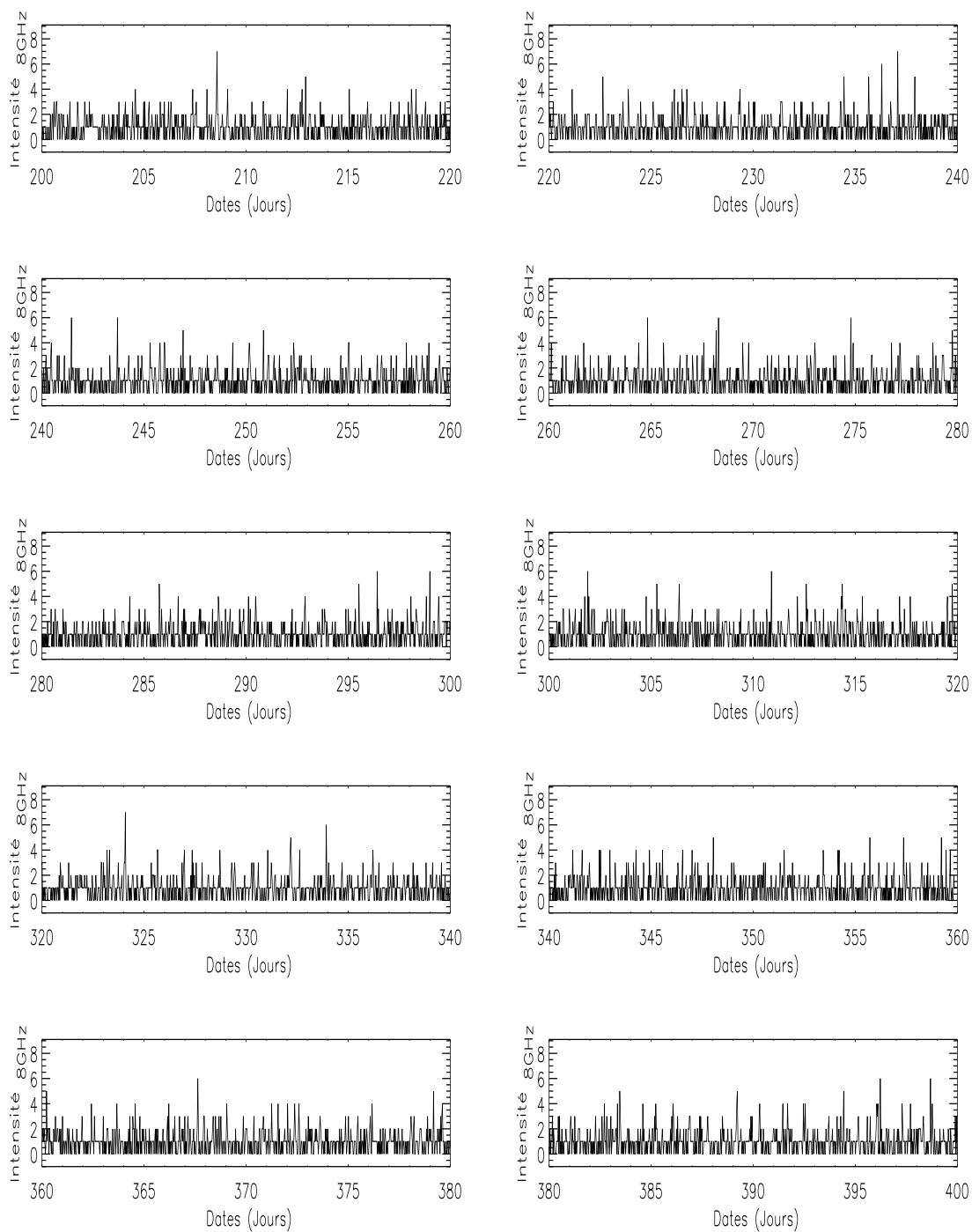


Figure 4.10 - suite

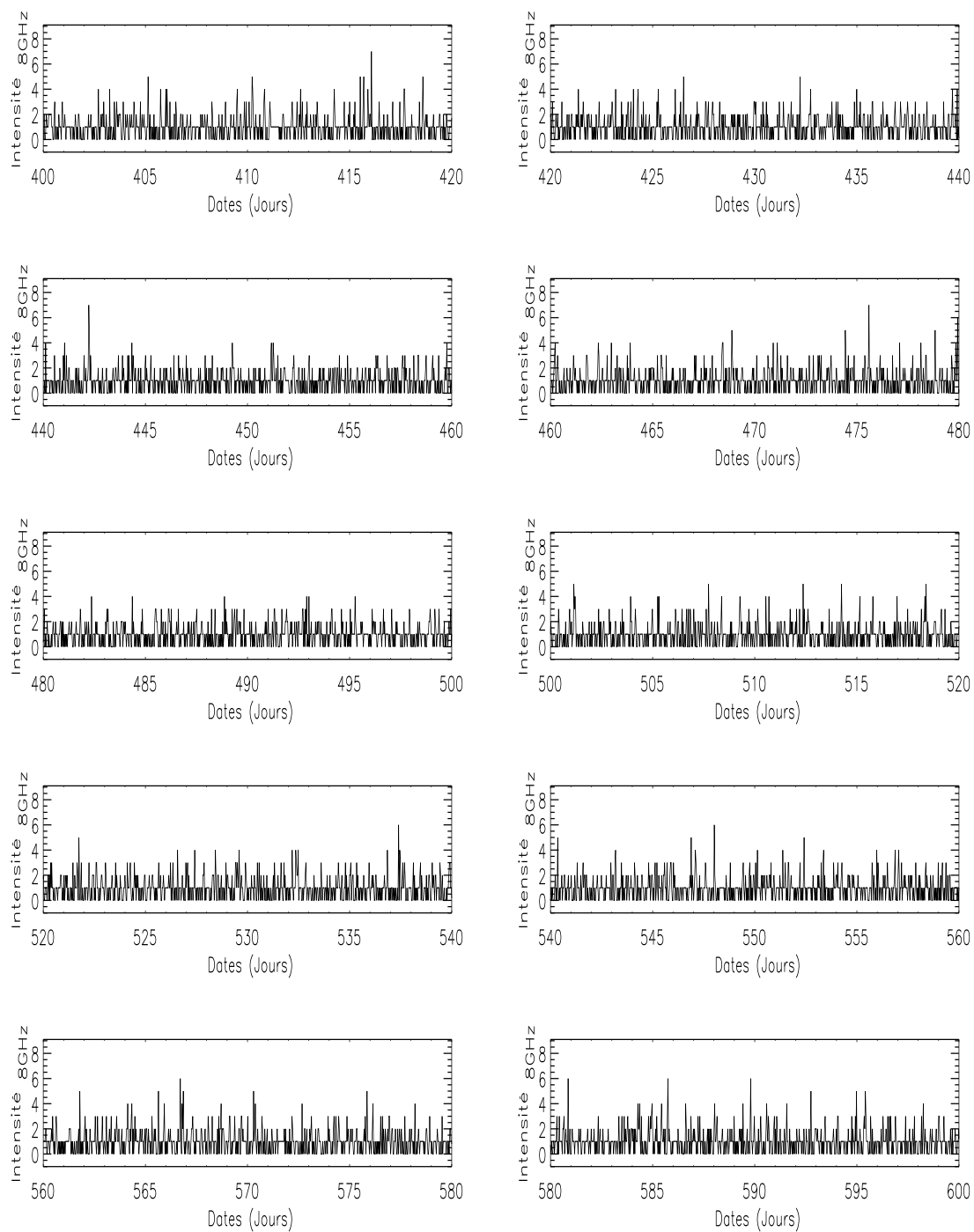


Figure 4.10 - suite

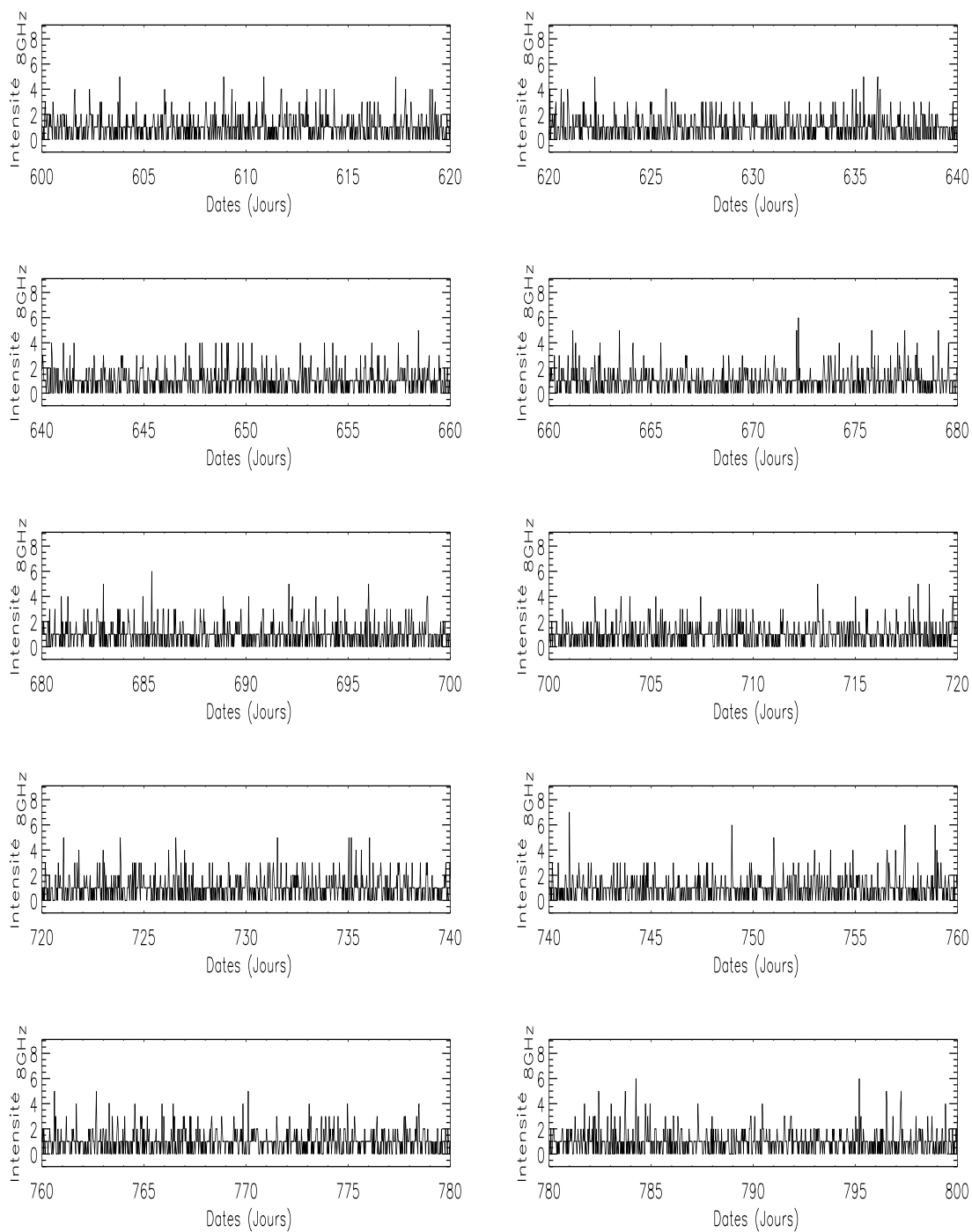


Figure 4.10 - suite

Figures de la scintillation à $D = 1, 2$ et 3kpc

On montre ici trois figures, *5 pages par figure*, les intensités normalisées simulées en optique géométrique d'un pulsar observé à travers un écran de phase de Kolmogorov. L'écran de phase est placé à 3 distances différentes (§ 4.5.2).

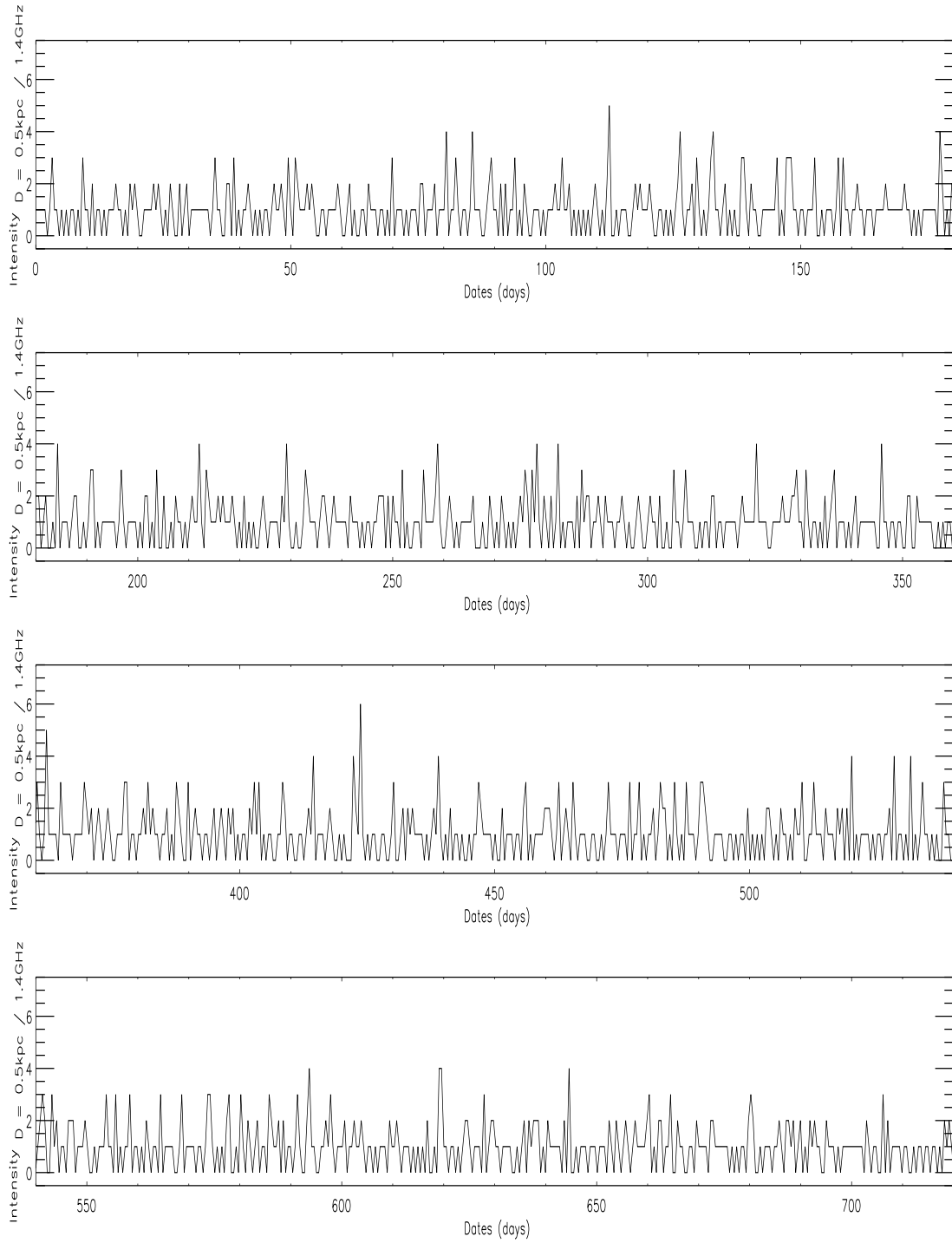
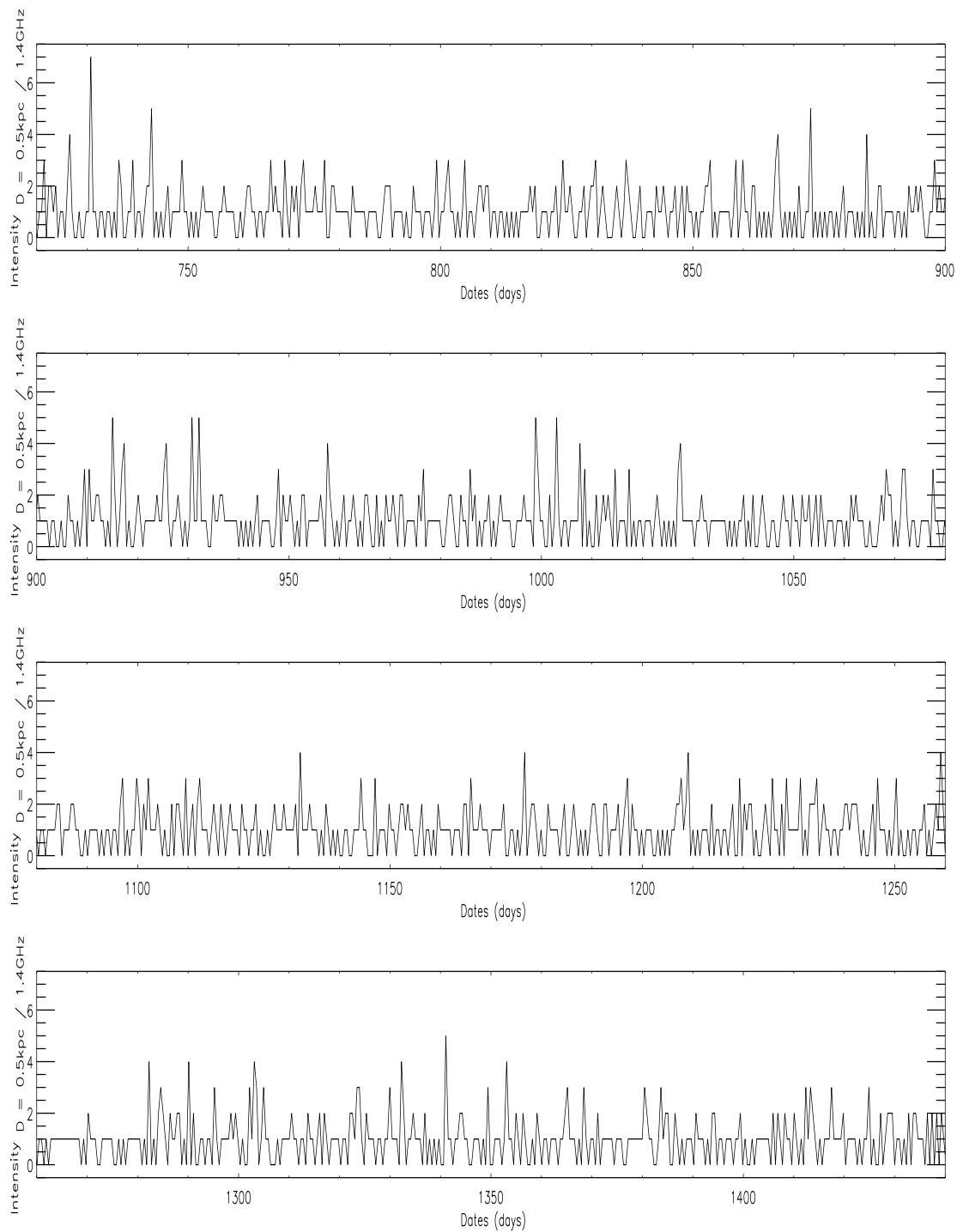


FIG. 4.11 – La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation ; avec $D = 0.5 \text{ kpc}$ et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.

**Figure 4.11 - suite**

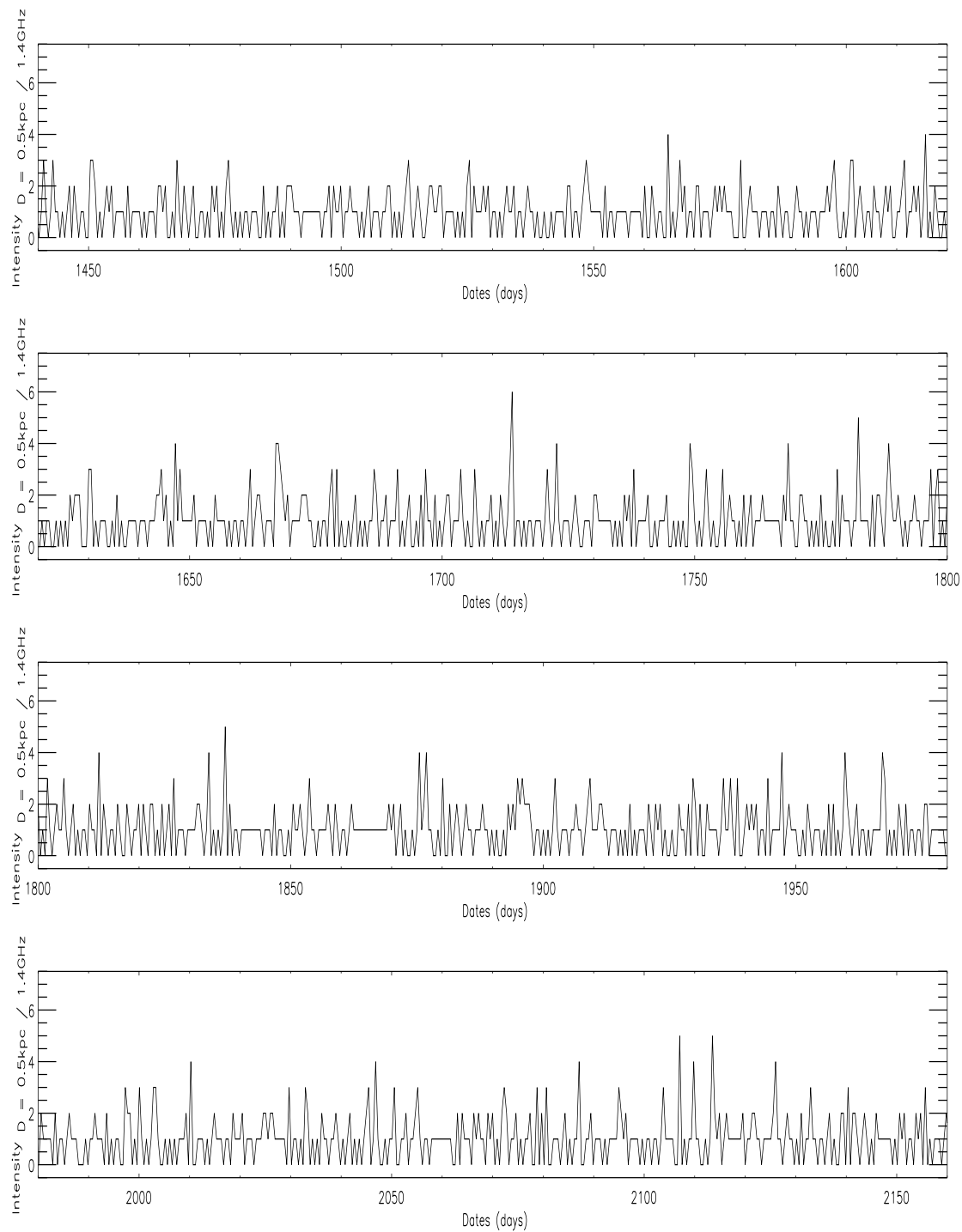


Figure 4.11 - suite

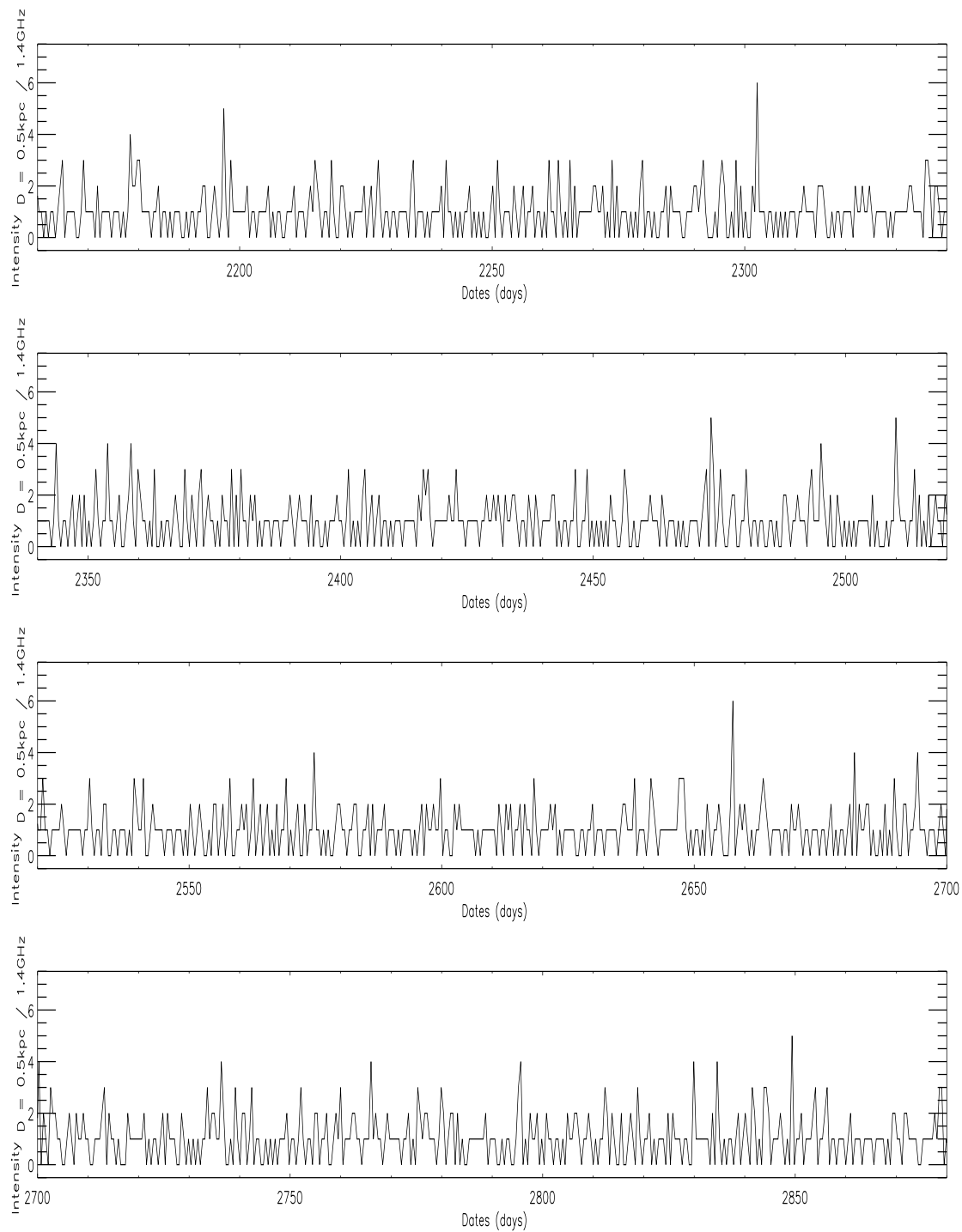


Figure 4.11 - suite

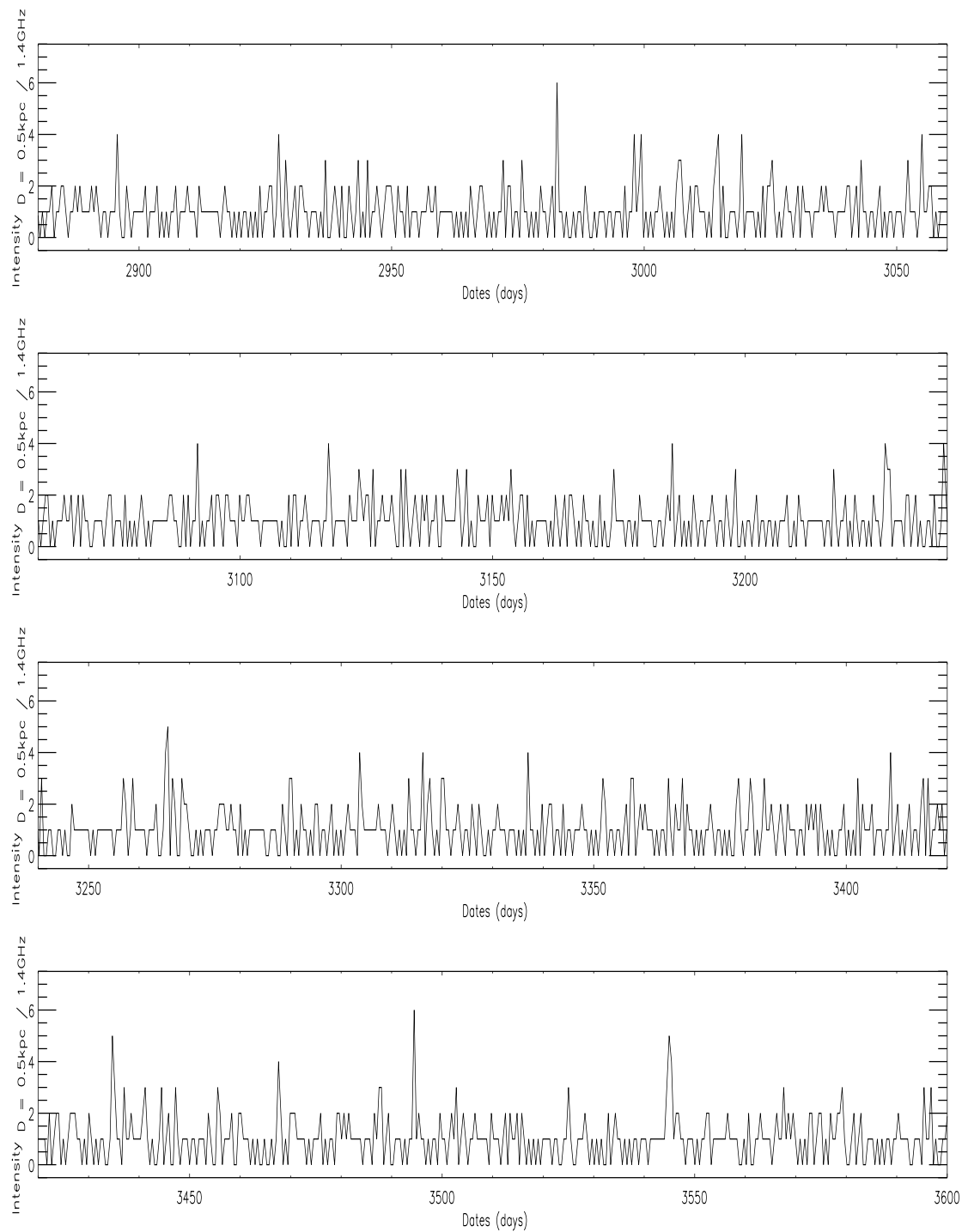


Figure 4.11 - suite

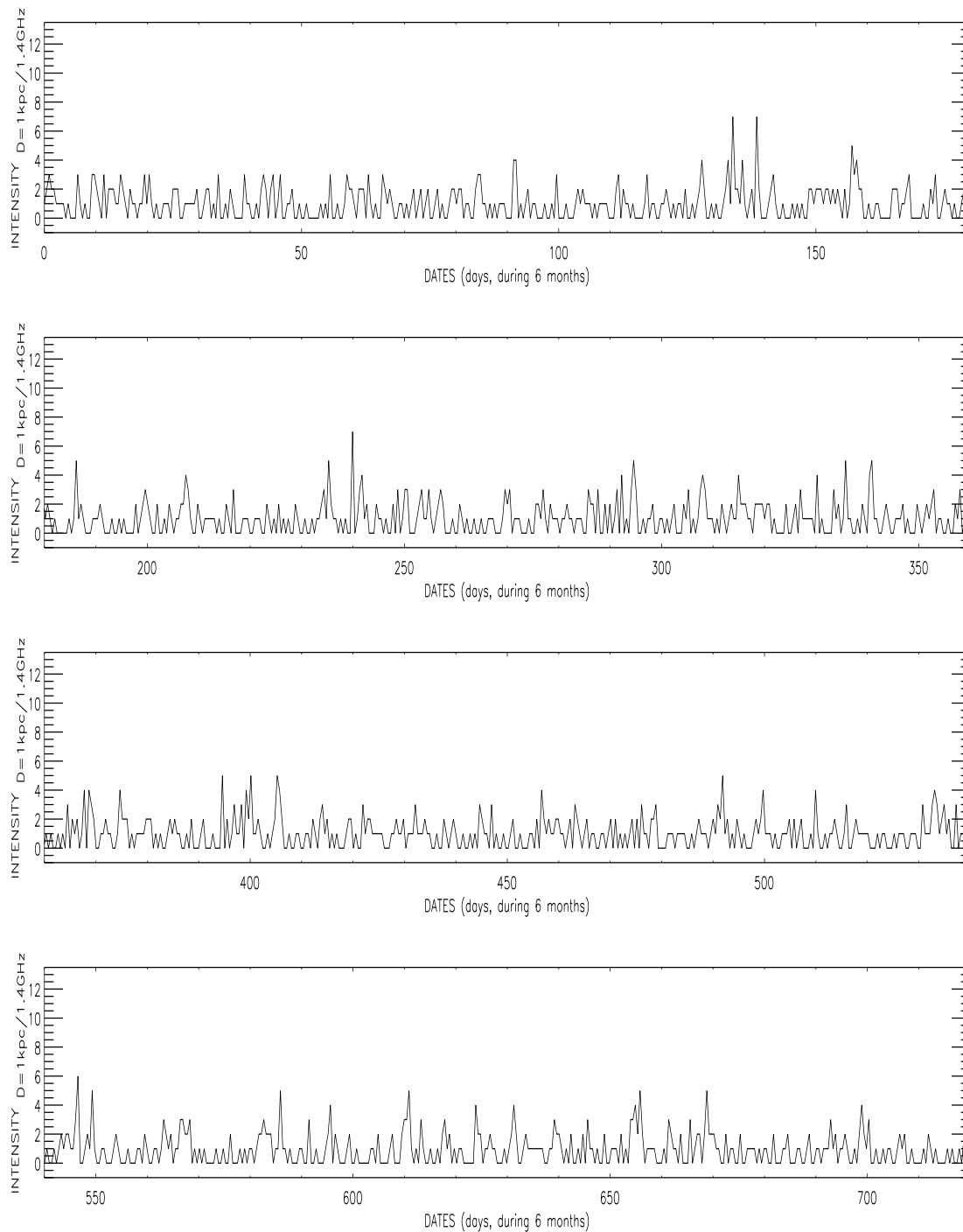


FIG. 4.12 – La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation ; avec $D = 1 \text{ kpc}$ et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.

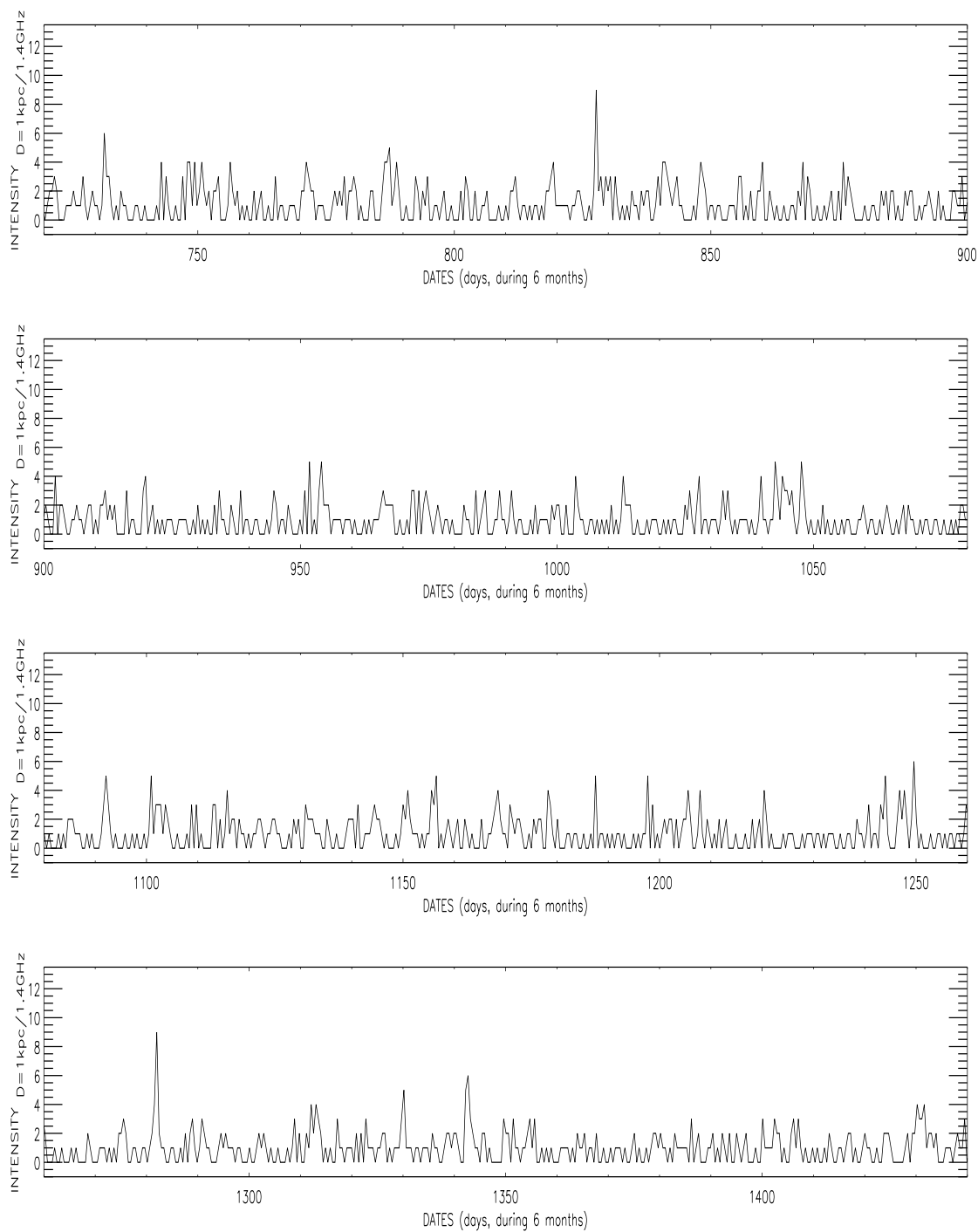
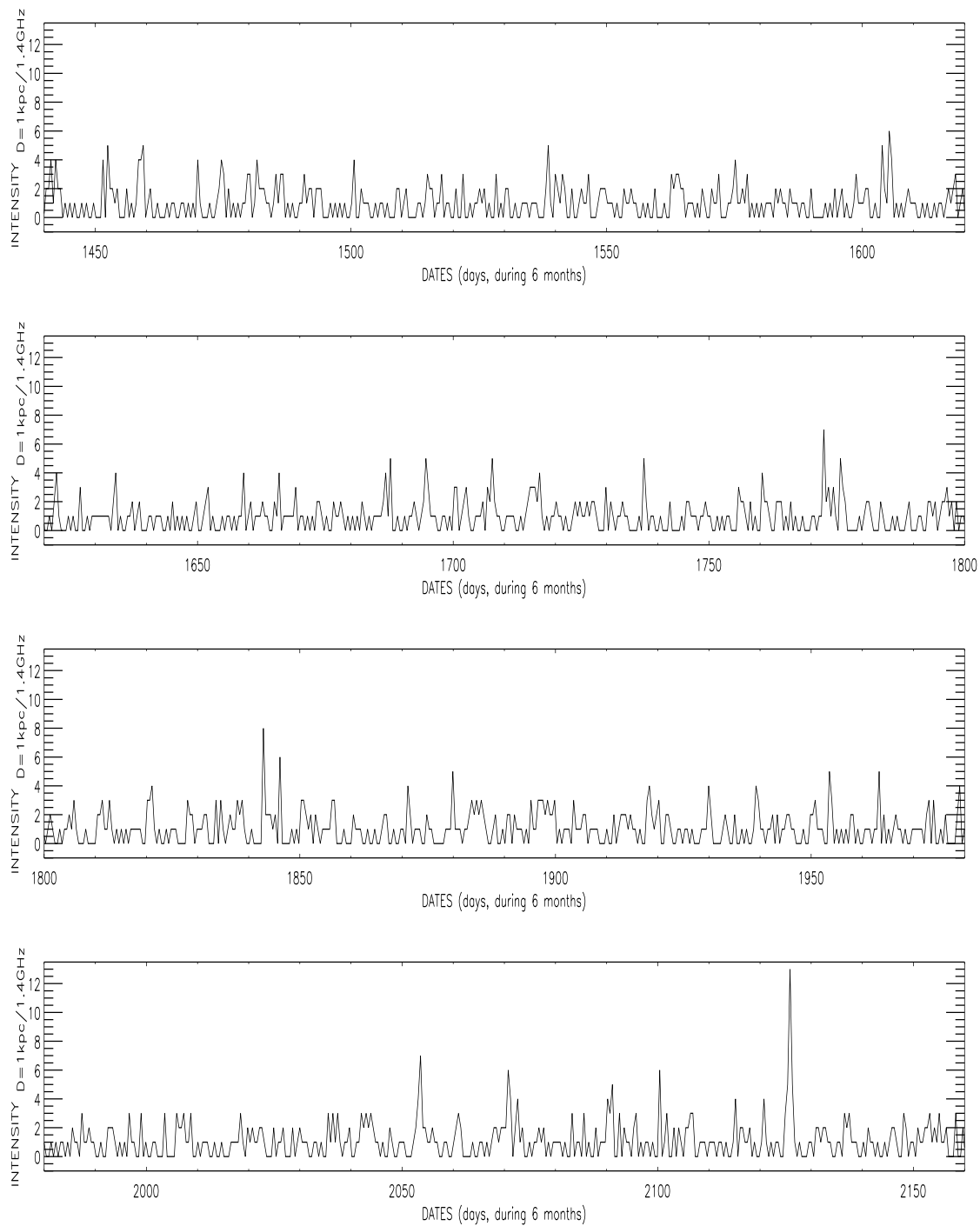


Figure 4.12 - suite

**Figure 4.12 - suite**

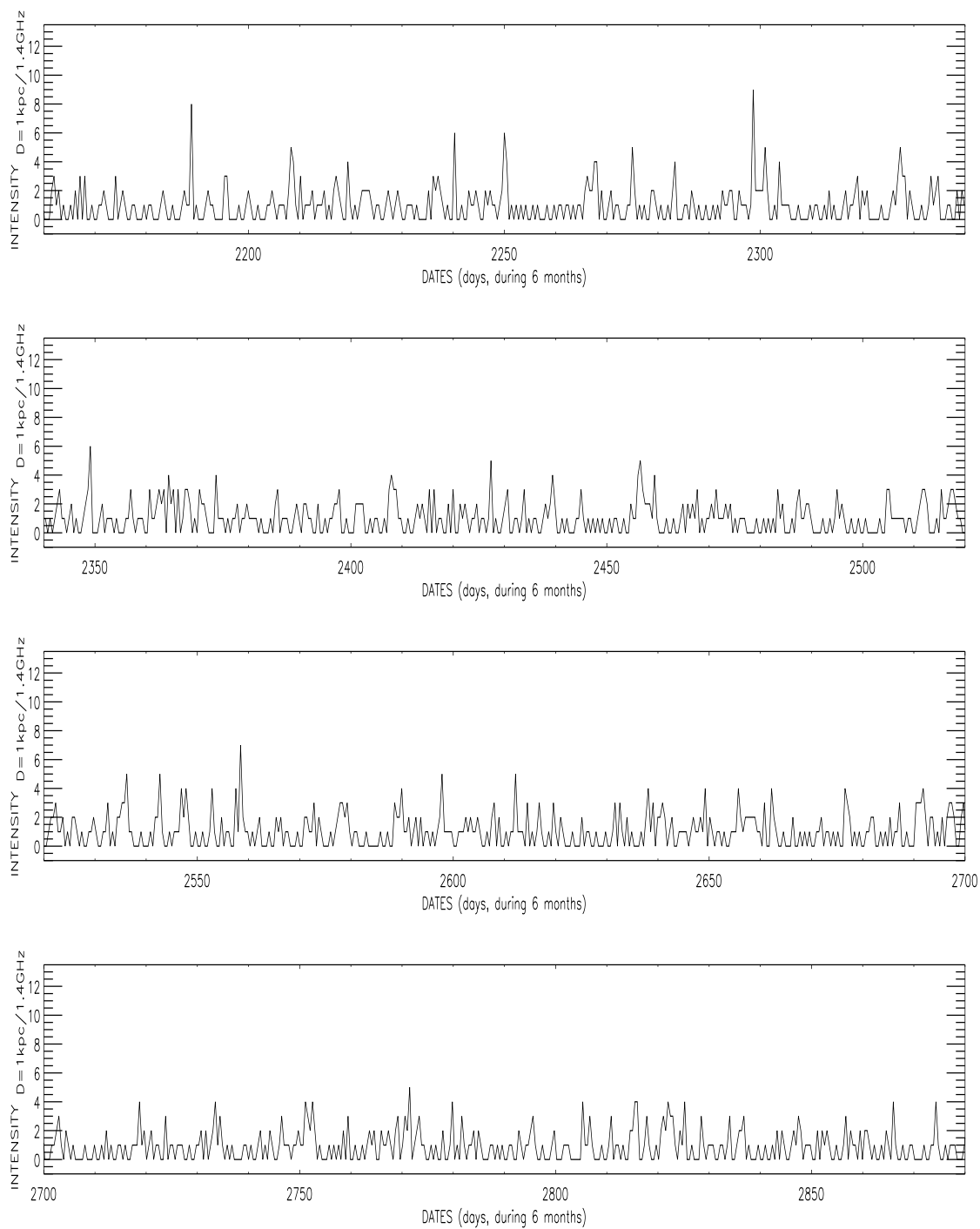
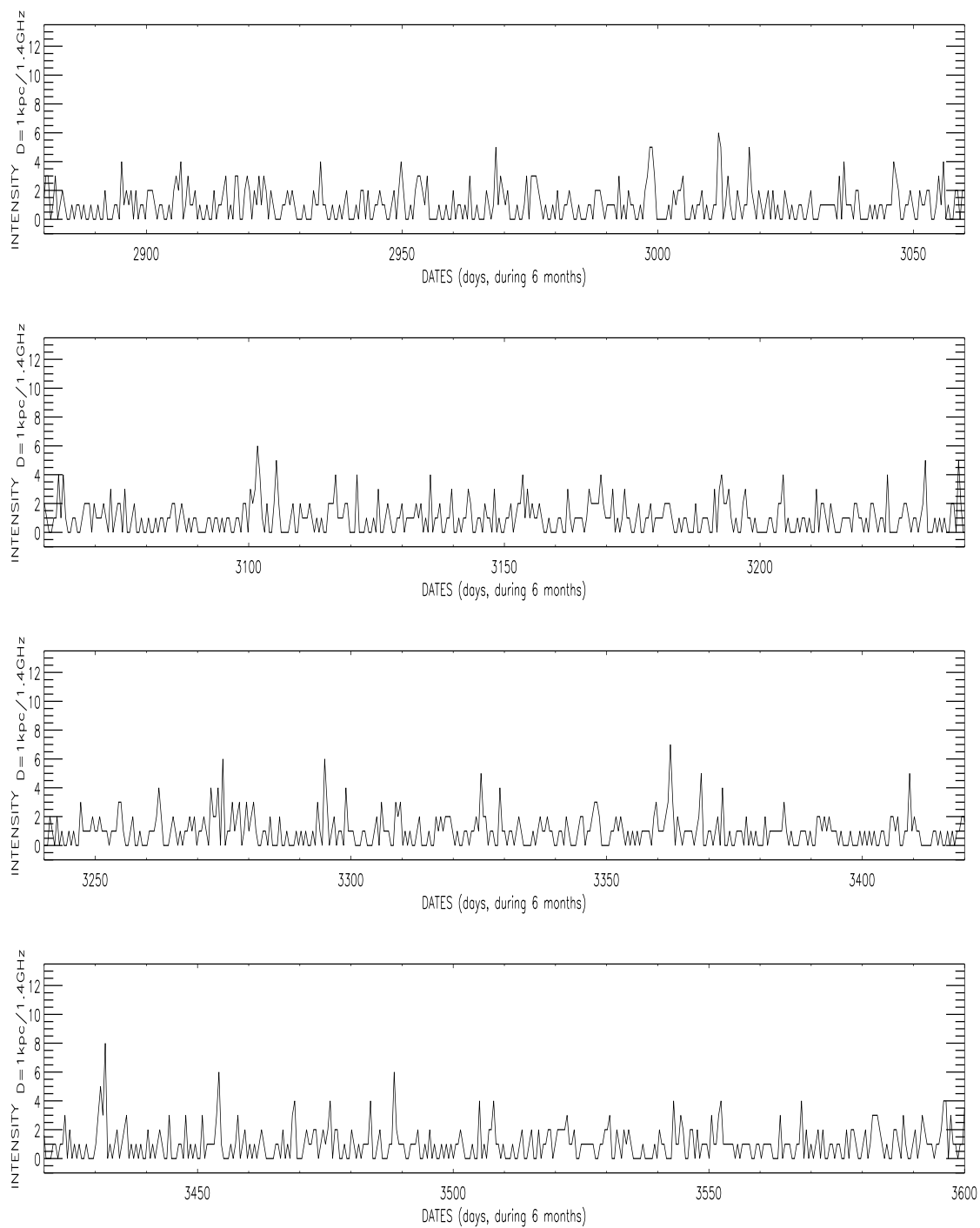


Figure 4.12 - suite

**Figure 4.12 - suite**

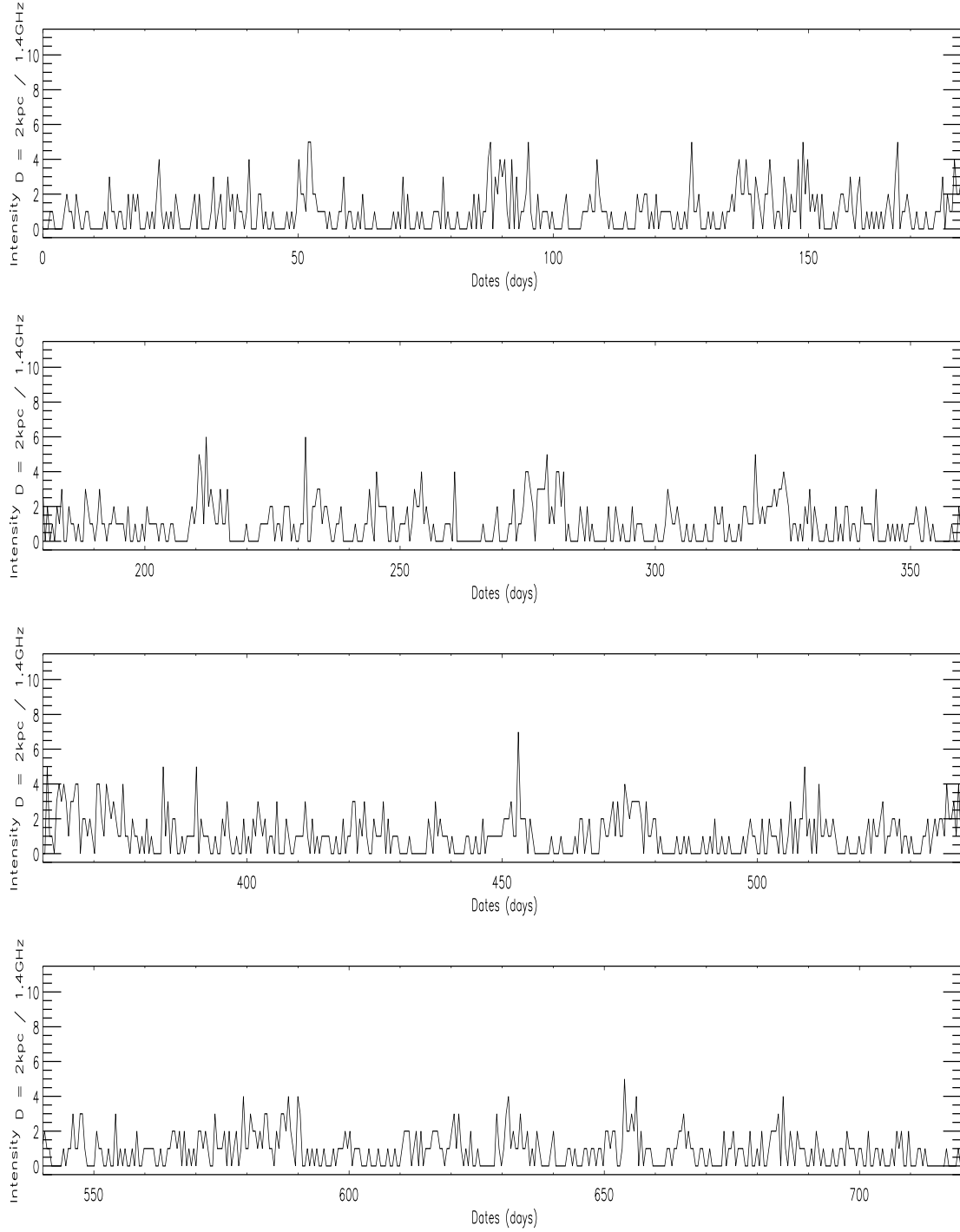
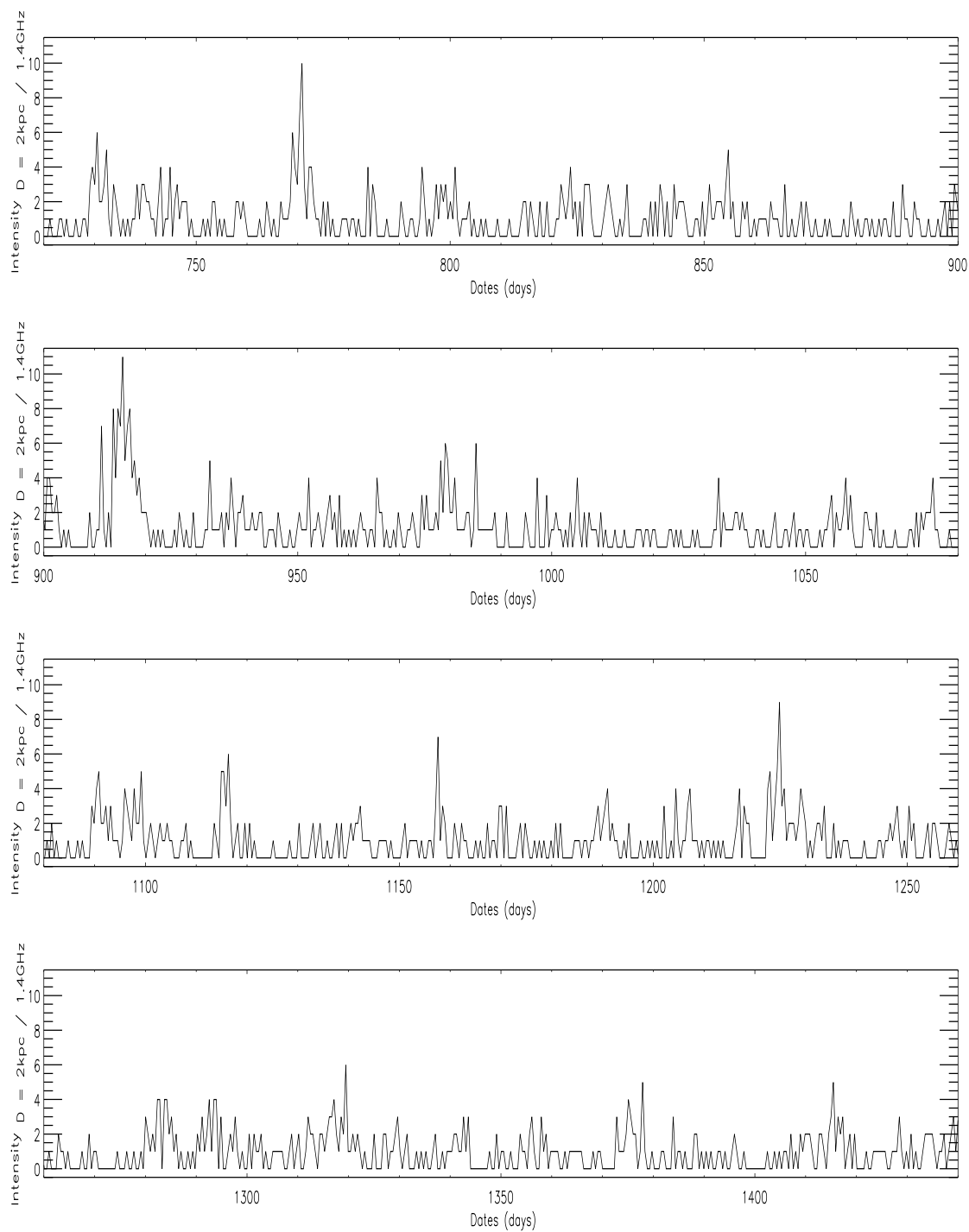


FIG. 4.13 – La variation du gain, sur des périodes de 6-mois, durant les 10 ans de simulation ; avec $D = 2 \text{ kpc}$ et $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$. On ne distingue à aucun moment le phénomène d'ESE. On observe le phénomène classique de scintillation.

**Figure 4.13 - suite**

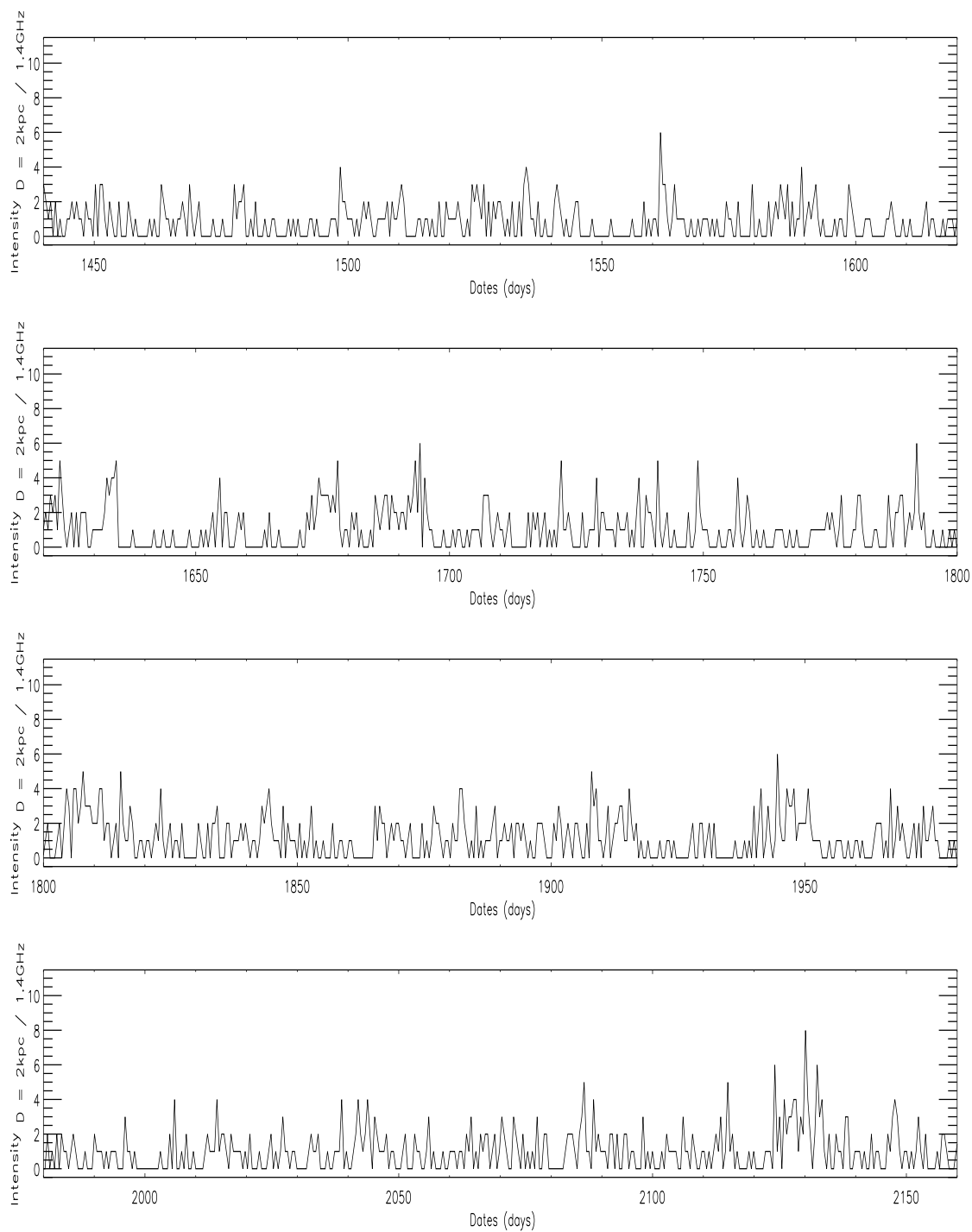


Figure 4.13 - suite

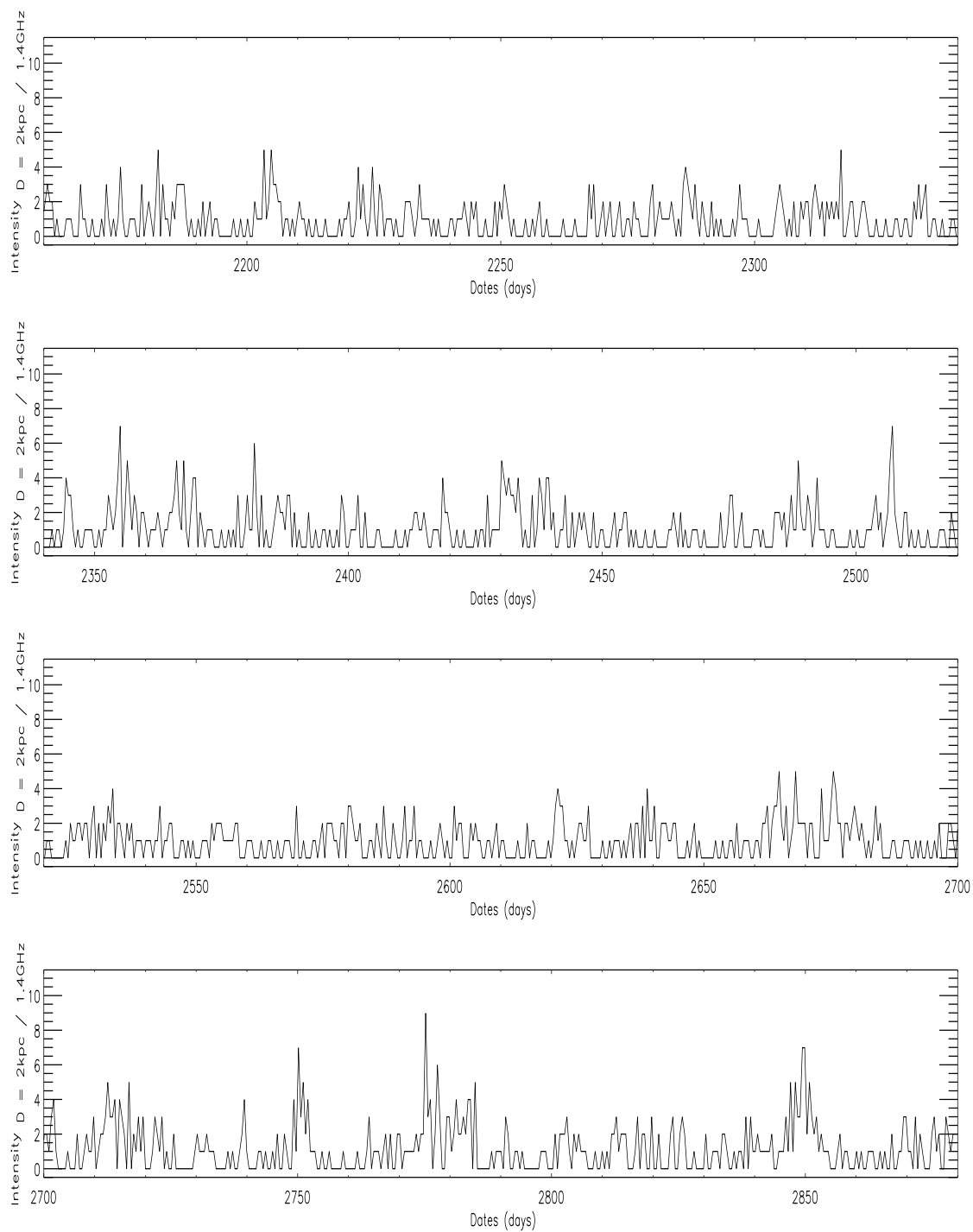


Figure 4.13 - suite

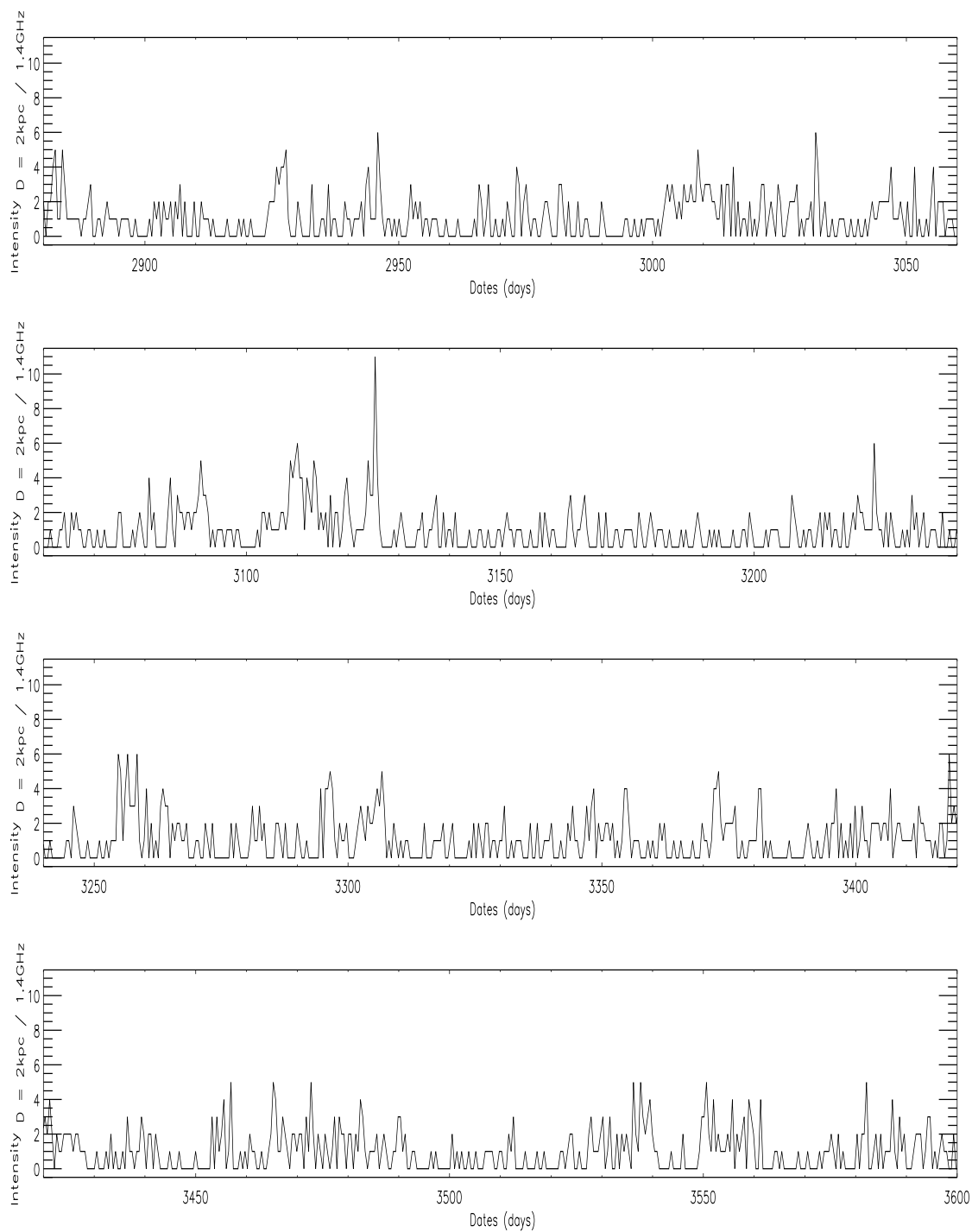


Figure 4.13 - suite

Chapitre 5

Simulation de la scintillation d'un pulsar en optique ondulatoire

Ce chapitre, présente la simulation de la scintillation d'un pulsar, source ponctuelle, dont le rayonnement radio traverse un écran de phase de Kolmogorov à 2 dimensions. Ce calcul est conduit dans le cadre de l'optique physique (ondulatoire) à l'aide de la théorie de la diffraction de Fresnel. Cette simulation est un défi numérique du point de vue du temps de calcul et de la mémoire RAM nécessaire sur un "Alpha server".

5.1 La diffraction

5.1.1 Introduction

La conception de Huygens sur le phénomène de propagation, est de considérer chaque point de la surface d'onde d'une perturbation lumineuse comme la source d'une nouvelle perturbation secondaire. On pourrait alors déterminer la surface d'onde à tout instant ultérieur en construisant l'enveloppe des ondelettes secondaires. Fresnel, pour décrire la diffraction, attribua une réalité physique aux ondelettes de Huygens, en ajoutant le fait que les vibrations secondaires sont susceptibles d'interférer (micro-interférences). Ce caractère ondulatoire de la lumière est une correction des lois de l'optique géométrique ; pour appliquer le principe des micro-interférences à l'étude du phénomène de diffraction.

Considérons maintenant le problème de la diffraction par une ouverture percée dans un écran opaque infini. A cette ouverture on place un écran de phase turbulent, de type Kolmogorov par exemple. Supposons qu'une onde sphérique divergente émise par une source radio, de phase et d'amplitude constantes, tombe sur cet écran et proposons-nous de calculer le champ en un point $P_0(x_0, y_0)$ situé derrière l'écran (cf. Figure 5.1). On

peut appliquer le principe de Huygens-Fresnel (ci-dessus) à chacun des points sources $P_1(x_1, y_1)$ qui sont la décomposition de cette onde sphérique. En suivant Born & Wolf (1980), par exemple, l'amplitude complexe \mathbf{U} au point P_0 s'écrit sous forme d'une intégrale de superposition, comme ceci :

$$\mathbf{U}(P_0) = \int \int_{\Sigma} \mathbf{h}(P_0, P_1) U(P_1) \exp[i\phi(P_1)] ds \quad (5.1)$$

où $\phi(P_1)$ est le déphasage, de type Kolmogorov au point P_1 dans l'ouverture de surface Σ et qui s'ajoute au déphasage géométrique représenté par la fonction de pondération $\mathbf{h}(P_0, P_1)$ définie par :

$$\mathbf{h}(P_0, P_1) = \frac{1}{i\lambda} \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}_{01}) \quad (5.2)$$

où \mathbf{n} est le vecteur normal à la phase de l'onde sur l'écran, $k=2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde et \mathbf{r}_{01} est le vecteur d'origine P_0 et d'extrémité P_1 .

$U(P_1)$ est le champ électrique au point courant P_1 de l'ouverture.

5.1.2 L'intégrale de Fresnel-Kirchhoff avec l'écran de phase

Supposons que l'écran est un plan dans lequel nous avons défini un système de coordonnées rectangulaires qui est $x_1 y_1$. En outre, nous supposons que la région d'observation est un plan parallèle au plan de l'ouverture, situé à la distance z de celui-ci. On définit dans ce plan d'observation, un système de coordonnées $x_0 y_0$ tel que ses axes soient parallèles à ceux du plan $x_1 y_1$.

Désormais on écrira cette intégrale de superposition avec des limites infinies, étant entendu que le champ $\mathbf{U}(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)$ est identiquement nul en dehors de l'ouverture Σ . D'où l'équation (5.1) s'écrit

$$\mathbf{U}(x_0, y_0) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(x_0, y_0; x_1, y_1) U(x_1, y_1) \exp[i\phi(x_1, y_1)] dx_1 dy_1 \quad (5.3)$$

et est l'intégrale de *Fresnel-Kirchhoff*, on la notera dans la suite "IFK".

Dans nos conditions, comme on l'a vu dans le chapitre précédent, σ_θ ; $\theta = (\mathbf{n}, \mathbf{r}_{01})$; est de l'ordre de 10^{-9} rad. Avec ceci le facteur d'obliquité est sensiblement égal à l'unité, soit :

$$\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}_{01}) \cong 1 \quad (5.4)$$

D'autre part, dans cette même condition r_{01} qui apparaît au dénominateur de la fonction

de pondération ne diffère pas de z de manière sensible. Alors que r_{01} qui intervient dans l'exposant ne peut être simplement remplacée par z car les erreurs qui en résulteraient seraient multipliées par un nombre k très grand (dans notre cas $\lambda = 21\text{cm}$), ce qui entraîne des erreurs sur la phase bien supérieures à 2π radians. Ce qui justifie l'approximation suivante pour la fonction de pondération :

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) \cong \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikr_{01}) \quad (5.5)$$

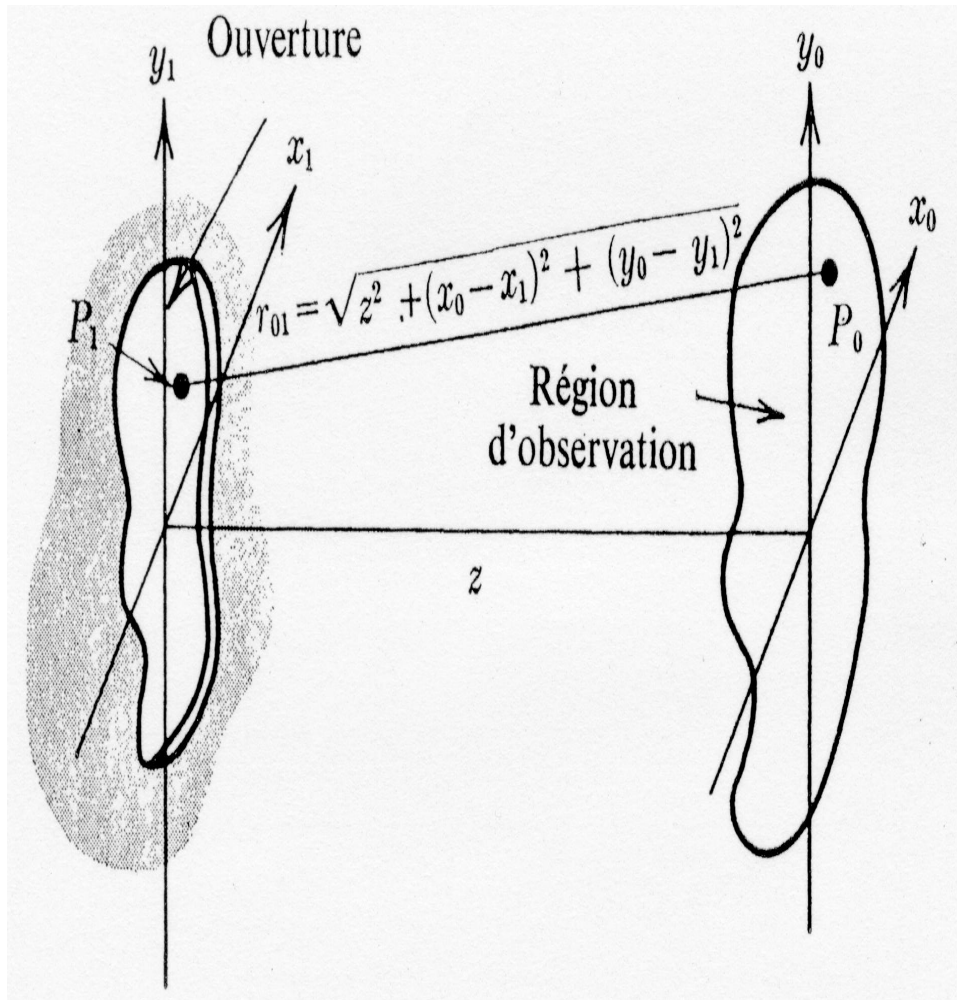


FIG. 5.1 – Exemple d'un schéma de l'étude de la diffraction (Goodman, 1972).

5.1.3 L'approximation de Fresnel à la distance de 1kpc

D'après la figure 5.1, r_{01} est donnée rigoureusement par :

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \quad (5.6)$$

$$= z \sqrt{1 + \left(\frac{x_0 - x_1}{z}\right)^2 + \left(\frac{y_0 - y_1}{z}\right)^2} \quad (5.7)$$

Dans le cas où l'écran est placé à $z = 1\text{kpc} = 3 \cdot 10^{19}\text{m}$, on considère que l'ouverture est rectangulaire. Sa longueur correspond à l'axe des x sur lequel la ligne de visée balaie ~ 8 ans d'observation à une vitesse relative entre l'observateur et la source de 50km/s et est donc de $L_{max} \simeq 1.3 \times 10^{13}\text{m}$. Le choix de la largeur sur l'axe des y est délicat et nous avons utilisé la largeur de $R_{Int} = 10^{11}\text{m}$ que nous verrons plus loin.

L'écran utilisé effectivement dans notre calcul a une largeur de $R_{Int} \simeq 10^{11}\text{m} \geq |y_0 - y_1|$ et une longueur de $L_{max} \simeq 1.3 \times 10^{13}\text{m} \geq |x_0 - x_1|$. On a alors :

$$\frac{|x_0 - x_1|}{z} \leq 10^{-7} \ll 1 \quad (5.8)$$

$$\frac{|y_0 - y_1|}{z} \leq 10^{-9} \ll 1 \quad (5.9)$$

On est dans le cas de la *diffraction de Fresnel*. Les deux premiers termes du développement binomial de la racine carrée de l'équation 5.7 suffisent à représenter r_{01} , c'est-à-dire :

$$r_{01} = z \sqrt{1 + \left(\frac{x_0 - x_1}{z}\right)^2 + \left(\frac{y_0 - y_1}{z}\right)^2} \cong z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_0 - x_1}{z}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 - y_1}{z}\right)^2\right] \quad (5.10)$$

et la fonction de pondération se réécrit sous la forme :

$$\mathbf{h}(x_0, y_0; x_1, y_1) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left\{i\frac{k}{2z}[(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2]\right\} \quad (5.11)$$

On développe les termes quadratiques dans l'exposant de la fonction de pondération, ce qui donne pour l'intégrale de *Fresnel-Kirchhoff* :

$$U(x_0, y_0) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i\frac{k}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times$$

$$\int \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{U}(x_1, y_1) \exp[i\phi(x_1, y_1)] \exp\left[i\frac{k}{2z}(x_1^2 + y_1^2 + 2(x_0x_1 + y_0y_1))\right] dx_1 dy_1 \quad (5.12)$$

Dans la suite, notre simulation de l'intensité d'un pulsar vu à travers le MIS turbulent sera basée sur cette intégrale (IFK) à travers un écran de phase turbulent dans l'approximation de l'écran mince (cf. Gwinn *et al.*, 1998; Cordes, Pidwerbetsky & Lovelace, 1986). La première étape de cette simulation est la construction de l'écran de phase $\phi(x_1, y_1)$ dont nous décrirons l'algorithme au §5.3.

5.2 Calcul des fluctuations de l'intensité et des TOA d'un pulsar

Le but de notre travail est de simuler l'observation d'un pulsar (Intensité et TOA) sur une durée de ~ 8 ans vu à travers l'écran de phase de Kolmogorov $\phi(x, y)$. Dans ce paragraphe, on montre les équations qu'on utilise pour le calcul des TOAs et l'application de l'IFK pour le calcul de l'intensité.

5.2.1 Les résidus de chronométrage d'un pulsar

La réfraction comme on l'a vu dans le chapitre 3 (cf. § 3.3.2) introduit des variations sur les temps d'arrivées des impulsions (TOA) par un effet dispersif et un effet géométrique. Pour une observation donnée, on intègre l' "IFK" sur une région de l'écran de phase R_{int}^2 définie par un bloc de $[N \times N]$ pixels. Chaque pixel introduit un retard dispersif et géométrique sur le temps d'arrivée d'une impulsion. Le retard introduit par ce bloc est la moyenne de l'ensemble des retards introduits par chacun des pixels.

- L'effet dispersif qui est provoqué par la variation de DM au cours du temps, i.e. pour deux observations différentes la ligne de visée traverse des régions différentes du MIS et les valeurs de la mesure de dispersion DM ne sont pas les mêmes. La perturbation du temps d'arrivée d'une observation au point $_0$ après son passage dans le milieu interstellaire, dans notre cas l'écran de phase $\phi(x_1, y_1)$, (cf. Cordes *et al.*, 1986) est :

$$\Delta t_{DM}(x_0) = (kc)^{-1} \langle \phi(x_1, y_1) \rangle$$

où $\langle \dots \rangle$ est la moyenne d'ensemble sur un bloc de l'écran de phase de $[N \times N]$ pixels. La discrétisation de cette équation permet d'écrire :

$$\Delta t_{DM}[m_0] = (kc)^{-1} \frac{1}{N^2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \phi[m, n] \quad (5.13)$$

L'indice m_0 représente la discrétisation de l'axe x_0 .

• L'effet géométrique qui fait changer le chemin des rayons à cause des variations de l'angle de réfraction θ_r . D'après l'équation (3.33), on écrit :

$$\Delta t_g(x_0) = \frac{D}{2c} [\langle \theta_{rx}^2(x_1, y_1) \rangle + \langle \theta_{ry}^2(x_1, y_1) \rangle]$$

D est la distance de l'écran de phase. Les angles de réfractions s'écrivent comme :

$$\begin{aligned} \theta_{rx}(x_1, y_1) &= (\lambda/2\pi) \frac{d\phi(x_1, y_1)}{dx_1} \\ \theta_{ry}(x_1, y_1) &= (\lambda/2\pi) \frac{d\phi(x_1, y_1)}{dy_1} \end{aligned}$$

Dans la pratique pour notre simulation numérique et avec $dx_1 = dy_1 = \Delta r$ dans l'écran de phase, on écrit les angles de réfraction comme :

$$\theta_{rx}(x_1, y_1) = (\lambda/2\pi) \frac{\Delta\phi(x_1, y_1)}{\Delta r} \quad (5.14)$$

$$\theta_{ry}(x_1, y_1) = (\lambda/2\pi) \frac{\Delta\phi(x_1, y_1)}{\Delta r} \quad (5.15)$$

La discrétisation de l'expression du retard géométrique permet de l'écrire comme :

$$\begin{aligned} \Delta t_g(m_0) &= \frac{D}{2c} \left(\frac{\lambda}{2\pi\Delta r} \right)^2 \frac{1}{N^2} \\ &\left[\sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} (\phi[m, n] - \phi[m-1, n])^2 + \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} (\phi[m, n] - \phi[m, n-1])^2 \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

5.2.2 L'intensité d'un pulsar

Les observations d'un objet galactique ou extra-galactique correspondent à une coupe unidimensionnelle dans le ciel. On considère alors que notre ligne de visée traverse l'écran de phase suivant la direction x_0 , par exemple. Par conséquent, dans l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff ' y_0 ' ne serait plus une variable mais aurait une valeur fixe. On prend y_0 égal à la moitié de la largeur de l'écran de phase $R_{Int}/2$ pour que l'observation simulée soit située au centre de la tache d'airy (lobe principal dans la Fig 5.2). Dans le cas des pulsars, on calcule d'abord le spectre dynamique pour chaque observation simulée en x_0 et on moyenne les intensités de ce spectre dynamique pour obtenir l'intensité correspondante à cette observation.

L'amplitude du champ électrique U_0 de l'onde émise par le pulsar, qui est une source ponctuelle, est constante. L'amplitude du champ reçue par le radiotélescope est $U(x_0)$. Les mesures qui sont faites sont des mesures de l'intensité :

$$I(x_0) = |U(x_0)|^2$$

à partir de l'équation (5.12), on écrit l'intensité comme :

$$I(x_0) = \left| \frac{\exp(ikD)}{i\lambda D} \exp\left[i\frac{k}{2D}(x_0^2 + y_0^2)\right] \right|^2 \times$$

$$\left| \int \int_{R_{Int}^2} U_0 \exp[i\phi(x_1, y_1)] \exp\left[i\frac{k}{2D}(x_1^2 + y_1^2 + 2(x_0x_1 + y_0y_1))\right] dx_1 dy_1 \right|^2 \quad (5.17)$$

Ce qui nous intéressera dans la suite est l'intensité normalisée, donc on pose $|U_0| = 1$. On aura :

$$I(x_0) = \left(\frac{1}{\lambda D}\right)^2 \left| \int \int_{R_{Int}^2} \exp[i\phi(x_1, y_1) + i\frac{k}{2D}(x_1^2 + y_1^2 + 2(x_0x_1 + y_0y_1))] dx_1 dy_1 \right|^2 \quad (5.18)$$

En remplaçant $y_0 = R_{Int}/2$ et en discrétisant cette équation on écrit :

$$I(m_0) = \left(\frac{\Delta r^2}{\lambda D}\right)^2 \times$$

$$\left| \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \exp\left\{ i\phi(m, n) + i\frac{k}{2D}[\Delta r^2(m^2 + n^2) + 2\Delta r\{m(\delta x_0 m_0) + n(R_{Int}/2)\}] \right\} \right|^2 \quad (5.19)$$

où δx_0 est le pas en x_0 de l'observation et correspond au pas d'échantillonnage $\delta t = \delta x_0 / v_r$ dans le spectre dynamique, v_r est la vitesse relative pulsar-Terre et en rappelant que $k=2\pi/\lambda$. Le spectre dynamique est calculé pour une durée Δt sur une largeur de bande $\Delta\nu$ échantillonnée elle même par un certain nombre de points avec un pas $\delta\nu$. On remarque déjà que pour la simulation d'une intensité donnée, on doit appliquer l'équation (5.19) $\frac{\Delta\nu}{\delta\nu} \times \frac{\Delta t}{\delta t}$ fois d'où un temps de calcul relativement long. Typiquement dans la simulation finale (fin de ce chapitre), nous avons utilisé $\frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = 12$ et $\frac{\Delta t}{\delta t} = 18$.

Pour des raisons pratiques du point de vue du temps de calcul, dans l'application de l'équation (5.18) on calcule la double intégrale pour chaque point d'observation. En effet, on le voit facilement dans l'équation (5.18) que la fonction $I(x_0)$ peut se calculer en effectuant simplement la transformée de Fourier à deux dimensions de $\exp[j\frac{k}{2z}(x_1^2+y_1^2)+j\phi(x_1, y_1)]$. Dans notre cas, pour chaque observation il faut effectuer cette intégrale sur $N \times N$ points sur l'écran de phase ϕ .

Pour notre simulation finale, on a choisi d'échantillonner l'axe du temps (l'axe des x_0) dans le spectre dynamique sur 18 points. Le temps de calcul est donc proportionnel à $[18 \times (N \times N)]$ en intégrant directement l'équation (5.18) alors qu'avec une FFT à deux dimensions il est proportionnel à $[N \times \log_2(N)]^2$. Il apparaît clairement que pour $N=8192$ comme adoptée pour notre simulation finale, la double intégration de (5.18) est beaucoup plus rapide que la transformée de Fourier à 2 dimensions.

Avant de calculer l'intensité d'un pulsar à travers l'écran de phase, on teste notre simulation dans le cas d'un écran avec une phase constante pour retrouver la figure de diffraction classique.

Test : Calcul de l'IFK dans l'approximation de Fraunhofer

Nous allons considérer un exemple de calcul relatif à la diffraction de Fresnel. On se met dans un cas limite de la diffraction de Fresnel et on adopte la condition suivante plus restrictive que la condition de Fresnel :

$$z \gg \frac{k(x_1^2 + y_1^2)_{max}}{2}$$

Cette condition est appelée *condition de Fraunhofer*.

On considère une ouverture rectangulaire où l'écran est de phase nulle. On prend une taille d'écran de $1\text{UA} \times 2\text{UA}$ et une fréquence d'observation de 1GHz , $\lambda = 30\text{cm}$. D'après la condition précédente on déduit que la distance de l'écran devrait être $\gg 40\text{Mpc}$. On prend alors $z = 1000\text{ Mpc}$.

On montre alors sur la figure 5.2 l'intensité I , calculée à partir de l'équation (5.12), observée sur le plan à 2 dimensions (x_0, y_0) .

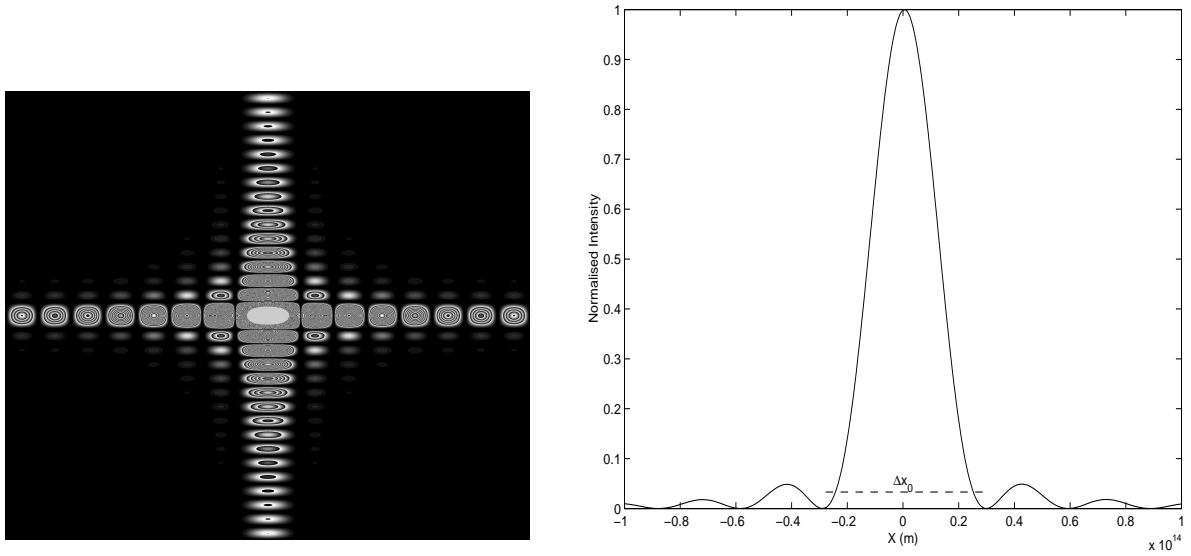


FIG. 5.2 – Observation d’une ouverture rectangulaire simulée par notre modèle (*Fig - gauche*). Variation de l’intensité observée le long de l’axe x_0 et Δx_0 est la largeur du lobe principal (*Fig - droite*).

Cette figure correspond bien à la figure classique de diffraction d’une ouverture rectangulaire comme le montre l’image de la Fig 8.10 du Born & Wolf (1980) obtenue pour un système optique de taille “terrestre”. On remarque aussi sur cette figure (*droite*) que la largeur du lobe principal suivant x_0 est de $\Delta x_0 \simeq 6 \times 10^{13}$ m. Elle est en bon accord avec la valeur théorique $\Delta x_0 = \frac{2\lambda z}{l_x} \simeq 6 \times 10^{13}$ m, avec $l_x = 2$ UA (cf. Goodman, 1972). Ce test est un exercice que nous avons fait avec des dimensions astronomiques mais nous aurions pu tout aussi bien adopter les tailles habituelles de l’optique et obtenir la même figure de diffraction qu’en figure 5.2.

5.3 Construction de l’écran de phase $\phi(x, y)$

5.3.1 Descriptif de la méthode de calcul

Ce qui nous intéressera dans ce chapitre est la construction d’un écran de phase équivalent à environ 8 ans d’observation. Ceci nous conduit à construire un écran de phase $\phi(x, y)$ rectangulaire de M pixels suivant x et N pixels suivant y . Pour le calcul numérique, on utilise l’équation (3.44) :

$$\phi[m, n] = (2\pi)^{\frac{1-\beta}{2}} \lambda r_e \sqrt{\frac{L C_n^2}{N M}} \Delta r^{(\beta/2-1)} \times$$

$$\sum_{l=-N/2}^{N/2} \sum_{k=-M/2}^{M/2} \left[[(l/M)^2 + (k/N)^2]^{-\beta/4} e^{i\varphi[l,k]} e^{-i2\pi[lm/N + kn/M]} \right] \quad (5.20)$$

Cette TF inverse à deux dimensions se calcule par une subroutine FFT. Les fréquences spatiales d'échantillonnage s'écrivent comme ceci $\Delta q_x = \frac{2\pi}{Lx_{max}}$ et $\Delta q_y = \frac{2\pi}{Ly_{max}}$. Les échelles maximales sont définies comme $Lx_{max} = M\Delta r$ et $Ly_{max} = N\Delta r$.

La taille de l'écran est définie par une matrice de $N \times M$ points. Pour respecter la condition du champ réel, on ne calcule que la moitié du tableau correspondant. L'autre moitié est simplement son complexe conjugué. Elle correspond à la condition $\mathcal{F}_\phi = [\mathcal{F}_\phi(-q)]^*$ (cf. Annexe B). Le tableau de la phase aléatoire φ a donc 2 dimensions et une taille de $[N \times M]$ mais dont seulement $\frac{1}{2}N \times M$ éléments sont indépendants. L'écran rectangulaire que nous utilisons pour cette simulation contient des fréquences spatiales le long de l'axe des x qui sont plus basses (donc des inhomogénéités du champ de phase plus grandes) que celles incluses le long de l'axe y . En effet, la fréquence spatiale la plus basse en x est $\frac{2\pi}{M\Delta r}$, alors que la plus basse en y est $\frac{2\pi}{N\Delta r}$, et nous avons $M > N$. Idéalement pour notre simulation de ~ 8 ans d'observations, nous aurions dû utiliser un écran carré *géant* : $M \times M$, de dimension $1.3 \cdot 10^{13} \times 1.3 \cdot 10^{13}$ m², pour que les deux directions x et y incluent les mêmes fréquences spatiales. En fait, nous avons réduit l'écran de phase à une surface rectangulaire pour qu'un calcul puisse se faire en un temps raisonnable sur une DEC Alpha. Les conséquences de ce choix seront précisées dans la discussion plus loin.

5.3.2 Test : Construction d'un écran de phase de forme carré de 1024×1024 pixels

Dans un premier temps afin d'estimer le temps de calcul et la capacité de la mémoire vive à utiliser, nous allons fabriquer un écran de phase de Kolmogorov $\phi(x, y)$ carré de $N = M = 1024$ pixels. On prend un pas d'échantillonnage Δr égal à l'échelle de cohérence mesurée directement sur la fonction de structure donnée dans Armstrong *et al.* (1995) ; $r_{coh} = 1.25 \cdot 10^7$ m. On fait le calcul avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} L &= 3.6 \text{ kpc} \\ \lambda &= 30 \text{ cm} \quad [i.e. \quad \nu = 1 \text{ GHz}] \end{aligned}$$

L'épaisseur de l'écran L est choisie égale à la distance du pulsar B1937+21 en considérant que la turbulence est étalée sur toute la distance du pulsar. On ajuste la fonction de structure pour qu'elle passe par le point $D_\phi(\Delta r = 1.25 \cdot 10^7 \text{ m}) = 1 \text{ Rd}^2$ quand on utilise

la formule théorique de la fonction de structure donnée par l'équation (3.47), cette longueur de cohérence correspond à $C_n^2 \sim 10^{-2.75} \text{ m}^{-20/3}$. La taille de l'écran, dans ce cas, est la même pour chaque une des 2 directions $L_{max} = 1024 \times 1.25 \cdot 10^7 \text{ m} \simeq 10^{10} \text{ m}$.

La matrice des coefficients complexes de (5.20) est fabriquée en respectant la condition de symétrie et de conjugaison par rapport à l'élément du centre, suivant le modèle du tableau défini dans l'Annexe B. On calcule la transformée de Fourier inverse à 2 dimensions de l'équation 5.20 en utilisant la subroutine FFT à deux dimensions (Press *et al.*, 1990). La taille du tableau complexe dans notre code est $2 \times (1024 \times 1024)$. On a un facteur 2 à cause des parties réelles et imaginaires. Ce tableau réel calculé numériquement en simple précision correspond à une mémoire RAM de 8.4 Mo. Ceci est faisable sur la machine DEC Alpha Digital : 755MHz et 1.3Go RAM que nous avons utilisée.

Le calcul de la transformée de Fourier, sur cette machine, en appliquant la subroutine FFT prend 3 secondes.

On obtient un champ de phase de partie imaginaire négligeable devant sa partie réelle (facteur 10^8 entre les deux parties). Nous avons considéré que cette imperfection pouvait être due à des approximations numériques de la subroutine FFT à deux dimensions mais que le champ de phase réel était exploitable.

Ce champ de phase $\phi(x, y)$ est montré dans la figure 5.3. Les figures (5.4 - en haut) et (5.5 - en haut) sont 2 coupes suivant x et y , respectivement, du champ de phase $\phi(x, y)$. La domination de la puissance du spectre à basses fréquences spatiales est apparente dans ces figures. C'est l'un des points qui caractérisent un écran de phase de Kolmogorov.

Les figures 5.3 (en bas) et 5.4 (en bas) montrent les fonctions de structure de la phase $D_{\phi x}$ et $D_{\phi y}$, calculées sur les deux directions x et y , respectivement, à l'aide de l'équation (3.46). On trouve comme pente de la fonction de structure $\alpha_x = 1.69$ suivant l'axe des x et $\alpha_y = 1.59$ suivant l'axe des y . Ces deux valeurs sont proches de la valeur théorique $\alpha = 5/3 = 1.66$. On lit à partir des fonctions de structure les déphasages. Ils sont de l'ordre de 1 radians dans les deux directions pour la longueur de cohérence $r_{coh} = 1.25 \cdot 10^7 \text{ m}$.

5.3.3 Construction d'un écran de phase rectangulaire

On montre d'abord comment on estime la région R_{Int}^2 de l'écran de phase $\phi(x, y)$ sur laquelle on intègre l'IFK (Fig 5.6). On fera ensuite une description de l'algorithme utilisé pour la construction de l'écran de phase $\phi(x, y)$. Les organigrammes correspondants sont

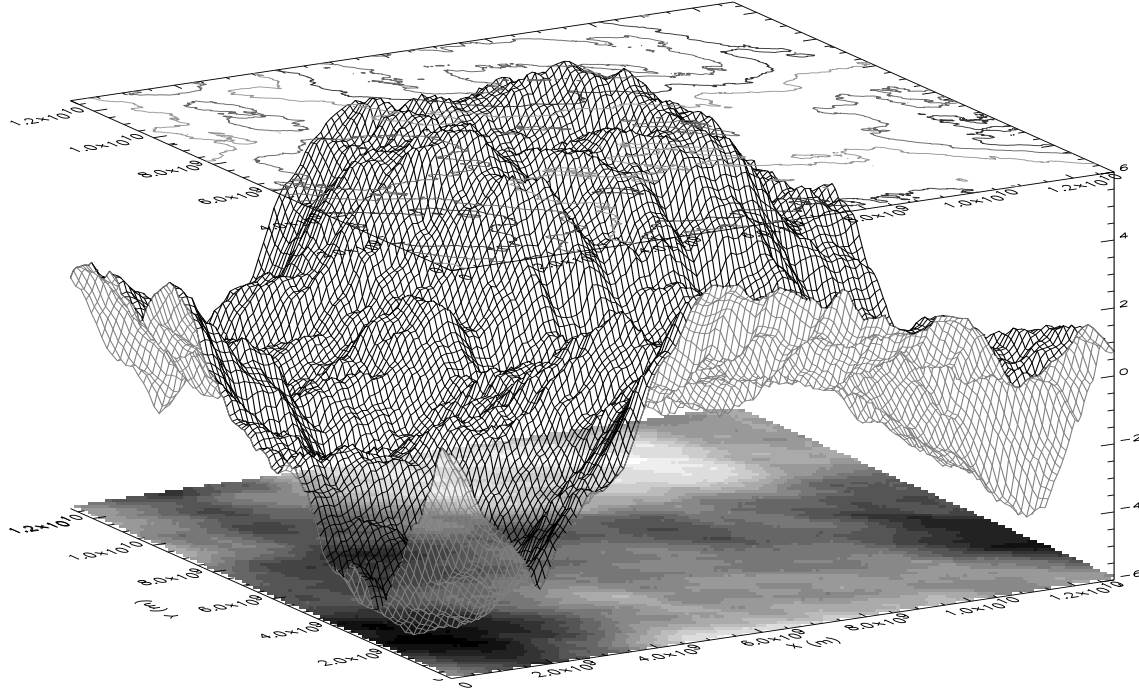
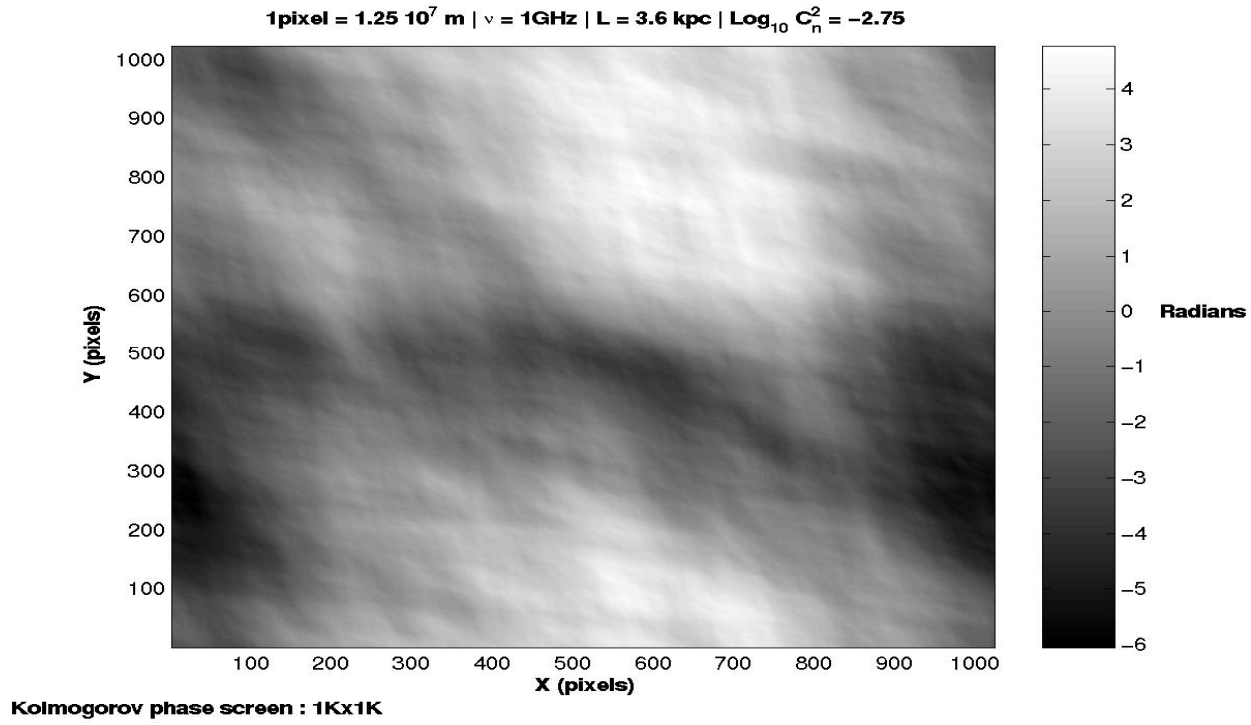


FIG. 5.3 – L'écran de phase de Kolmogorov à 2 dimensions en fonction de x et de y sur des échelles allant de 1.25×10^7 m à 1.28×10^{10} m.

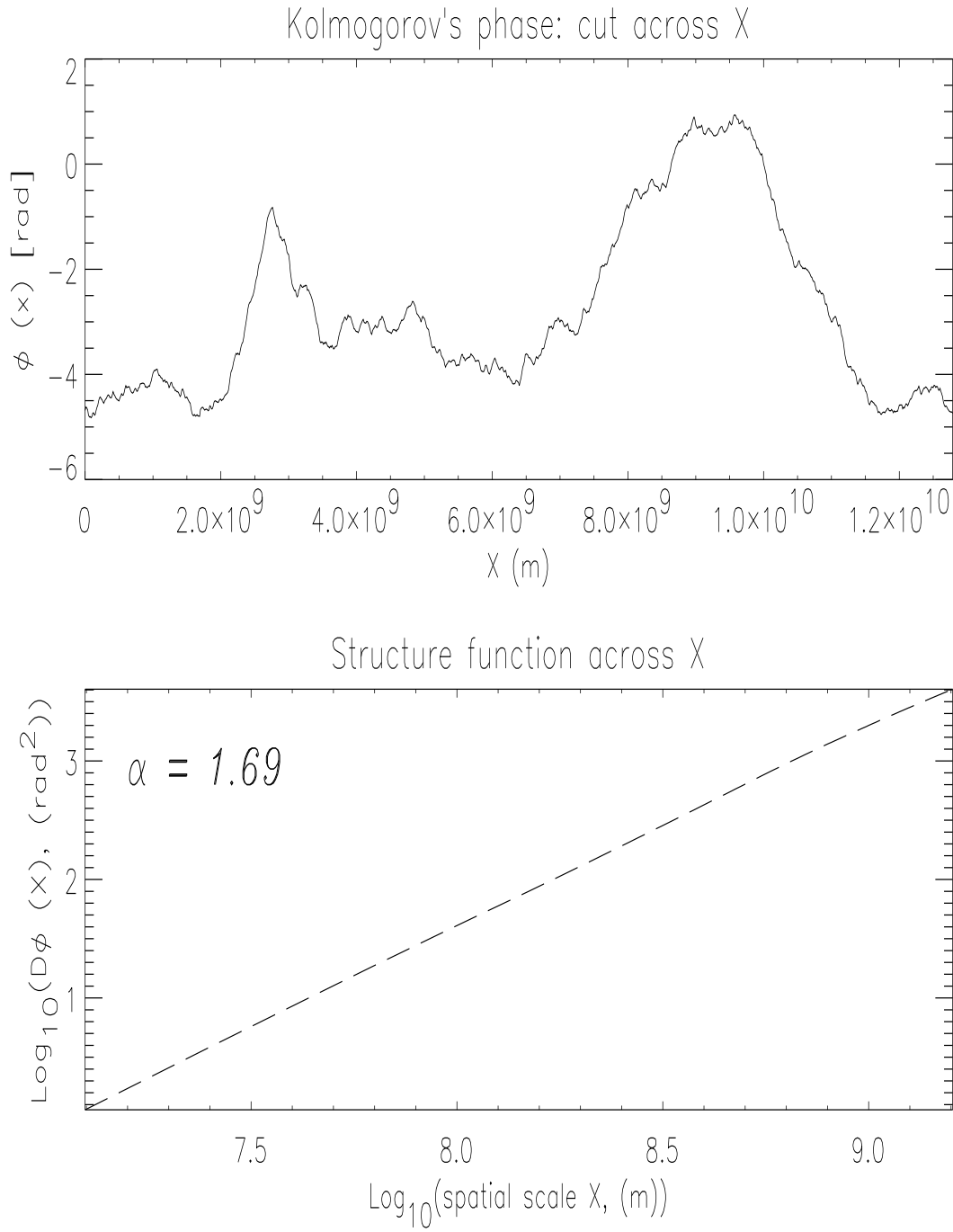


FIG. 5.4 – En haut, une coupe de la fonction de phase de Kolmogorov suivant x avec $C_n^2 = 10^{-2.75} \text{ m}^{-20/3}$; $\nu = 1 \text{ GHz}$ et $L = 3.6 \text{ kpc}$. En bas, la fonction de structure correspondante.

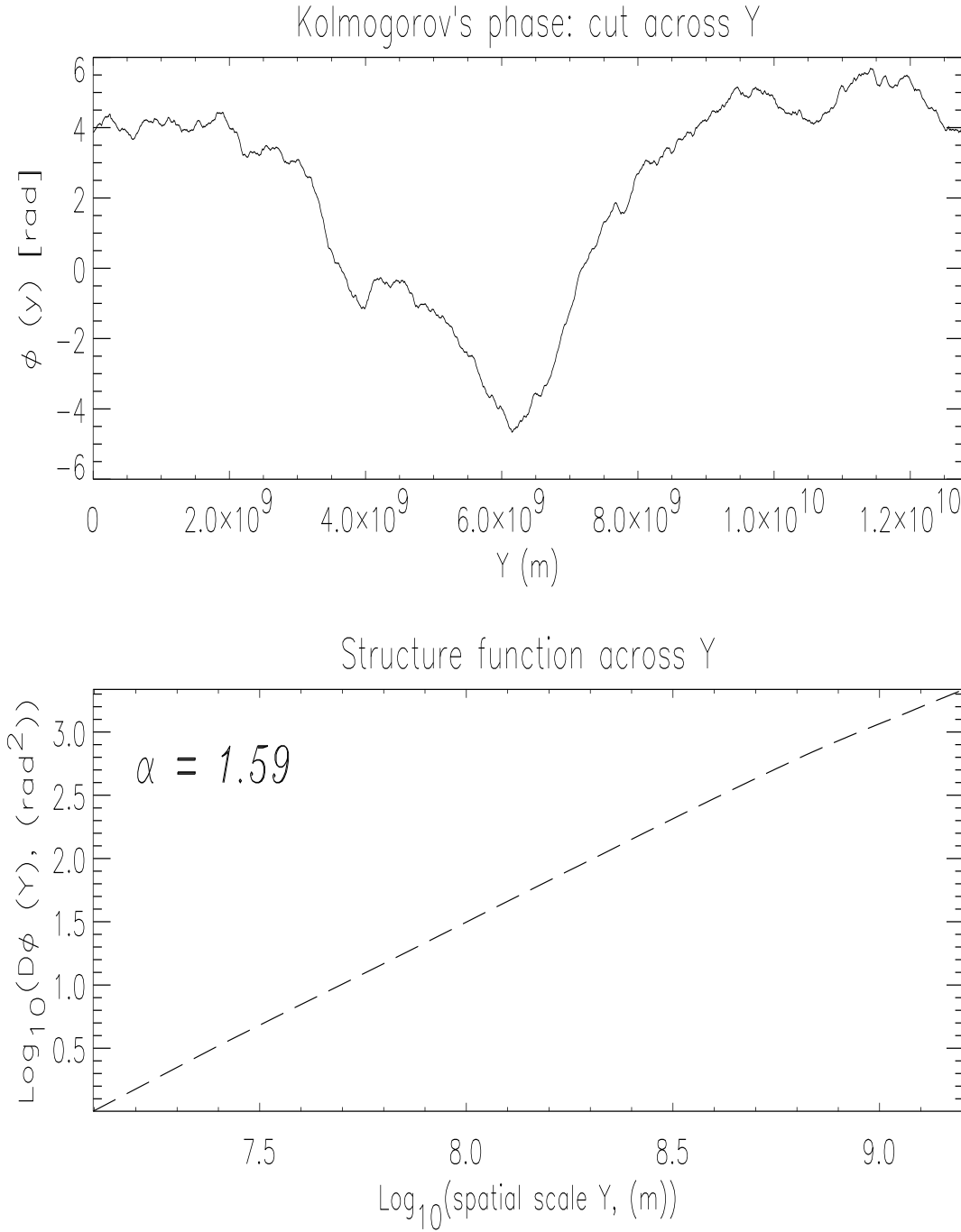


FIG. 5.5 – En haut, une coupe de la fonction de phase de Kolmogorov suivant y avec $C_n^2 = 10^{-2.75} \text{ m}^{-20/3}$; $\nu = 1\text{GHz}$ et $L = 3.6\text{kpc}$. En bas, la fonction de structure correspondante.

montrés en annexe B.

Estimation de la taille de $\phi(x, y)$ pour l'intégration de l'IFK

En pratique, l'intégrale de Fresnel-Kirchhoff (IFK) est intégrée sur une zone bien limitée de l'écran de phase. Le choix des bornes de l'intégrale reste délicat $\pm(R_{Int}/2)$. Nous allons d'abord introduire l'échelle de Fresnel $r_F = \sqrt{D\lambda/(2\pi)}$, où D est la distance de l'écran de phase, dans l'équation générale de Fresnel-Kirchhoff. On peut donc l'écrire comme :

$$U(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi i r_F^2} \int \int_{-R_{Int}/2}^{R_{Int}/2} U(x_1, y_1) \exp\left[i\phi(x_1, y_1) + i\frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}{2r_F^2}\right] dx_1 dy_1$$

La double intégration sur une région de forme carrée de largeur R_{int} correspond à un filtrage du signal intégré par une fonction qu'on a choisi par simplicité égale à une fonction porte bidimensionnelle de forme carrée. On peut l'expliquer par le fait que le pulsar vu à travers le MIS turbulent a une taille apparente définie par un disque de *scattering* de rayon $r_s = 1/2D (\frac{\lambda}{2\pi r_{coh}})$. Le second terme à l'intérieur de l'exponentielle représente la contribution à la phase due au trajet géométrique entre les points (x_1, y_1) et (x_0, y_0) dans l'hypothèse des petits angles, i.e. dans l'approximation de Fresnel (cf. éq. 5.8 et 5.9).

Dans notre étude de la scintillation interstellaire, on a $r_{coh} \ll r_F$ et donc $D_\phi(r_F) \gg 1$. C'est le régime de forte réfraction (cf. Narayan, 1992). La phase ϕ varie de plusieurs radians sur l'échelle de Fresnel. La surface d'intégration de l'IFK devrait être suffisamment grande pour inclure toute les échelles diffractives qui forment les spectres dynamiques. En plus, l'effet réfractif de l'écran de phase fait *tilter* les rayons en les focalisant ou les défocalisant suivant l'endroit où l'on se trouve sur le plan de l'observation simulée. On fait la simulation avec une intégration de l'IFK sur une surface de forme carré d'une taille R_{Int} de quelques dizaines de r_F . On prend un pas d'échantillonnage de l'écran $\Delta r = 1.25 \cdot 10^7$ m, mesuré par Armstrong *et al.* (1995) à 1GHz et $L = 1$ kpc. En tenant compte de la capacité (disque dur et mémoire RAM) de la machine utilisée, on estime le nombre de points calculables de cette surface à 8192, qui correspond à $R_{Int} = 76r_F = 1.4 r_s$. En rappelant que le choix d'un nombre de points en puissance de 2 est nécessaire pour l'utilisation de la subroutine FFT dans le calcul de l'écran. Avec une vitesse relative entre l'observateur et la source de 50 km/s, la durée de 8 ans correspond à $\sim 1.3 \times 10^{13}$ m, soit une longueur de l'écran de $128 \times [8192 \times \Delta r]$ environ, où le choix du facteur 128 en puissance de 2 est dicté pour le calcul de la transformée de Fourier. Il nous faut alors un écran de phase d'une longueur (suivant x) d'au moins $128R_{Int}$; avec $R_{Int} = 8192 \times 1.25 \cdot 10^7$ m; et d'une largeur (suivant y) de R_{Int} (Figure 5.6). Ce qui correspond à un tableau du champ de phase $\phi(x, y)$ de 8192 colonnes (suivant y) par 128×8192 lignes (suivant x).

Dans la pratique, on calcule d'abord la matrice du spectre de puissance de la phase dans l'équation (5.20). La taille de cette matrice étant de $2 \times [128 \times 8192 \times 8192]$, elle équivaut à $2 \times 34\text{Go}$. Calculée en simple précision. Or notre DEC Alpha Digital possède 1.3Go de RAM et n'est pas suffisante pour construire une telle matrice. Dans ce cas, on ne peut pas appliquer la subroutine FFT à 2 dimensions pour le calcul de la TF-*inverse*.

Description de l'algorithme de calcul de la TF à 2 dimensions

Du fait que l'on ne peut pas appliquer la transformée de Fourier inverse à 2 dimensions avec la subroutine FFT à 2D, on a établi un algorithme qu'on présente dans ce paragraphe et dans l'Annexe B.

Partant de la matrice de (5.20), on calcule N TF à 1D sur ses colonnes et ensuite $M = B \times N$ TF à 1D sur ses lignes. On utilise la subroutine FFT à 1D pour ce calcul de transformées de Fourier.

Pour des raisons pratiques dans le calcul numérique, on a remplacé M par $B \times N$. Le facteur $B=128$ est proportionnel à la durée sur laquelle on veut construire l'écran de phase et au pas d'échantillonnage choisi Δr .

Dans la pratique, on fabrique d'abord les colonnes de la matrice et dès qu'on a fabriqué un ensemble de L colonnes, on calcule leurs L TF à 1D. On les sauvegarde simultanément par blocs de L colonnes dans des fichiers binaires provisoires. On fait cette opération N/L fois jusqu'à avoir calculé toutes les TF 1D des N colonnes.

Avec le même principe que précédemment, on relit les fichiers précédents par blocs de K lignes. On calcule donc les K TF à 1D de ces lignes. On refait ce calcul $(B \times N)/K$ fois. On obtient finalement la transformée de Fourier à deux dimensions de la matrice de départ. On la note $\text{TF}_{2D}^{-1}[P_{3N}]$.

Cet algorithme mettrait naturellement plus de temps pour le calcul d'un écran de phase à 2 dimensions qu'avec la FFT à 2 dimensions. On ne l'utilise que pour la fabrication d'écrans de phase nécessitant une mémoire RAM relativement grande par rapport à 1.3Go de la machine.

Stockage de l'écran de phase $\phi(x, y)$

Au cours du calcul de l'écran de phase $\phi(x, y)$ avec l'algorithme que l'on a établi, on sauvegarde au fur et à mesure l'écran produit par blocs de $N \times N$ pixels dans des fichiers binaires. On stocke un bloc de $N \times N$ pixels par fichier binaire. Dans la pratique, pour chaque N lignes de $\text{TF}_{2D}^{-1}[P_{3N}]$ produites, le programme calcule un bloc de $\phi(x, y)$ et l'écrit dans un fichier binaire *PHASE.b*, avec b allant de 1 à B . On a $B = 128$ fichiers de l'écran de phase pour la durée de 8 ans avec $\Delta r = 1.25 \cdot 10^7$ m.

Les 128 fichiers de $\phi(x, y)$ écrit en *REAL*4* (représenté sur 32 bits) occuperaient 34Go d'espace dans le disque dur. Pour réduire cet espace disque, on écrit simplement la phase dans les fichiers *PHASE.b* en *INTEGER*2* (représenté sur 16 bits). Ceci permet de réduire la taille des fichiers d'un facteur 2. Le stockage de $\phi(x, y)$ dans ce cas nécessite '17Go'.

Le principe de cette méthode est de sauvegarder seulement les différences de phase entre 2 phases successives sur une ligne en *INTEGER*2* $\Delta\phi(i, j)$, où i et j sont respectivement les indices des lignes et des colonnes. Pour cela, on calcule d'abord la différence de phase et on la transforme en *degrés*. On applique ensuite une procédure pour prendre l'entier le plus proche de type *INTEGER*2*. L'équation suivante résume cette procédure :

$$\Delta\phi_{DEG}(i, j) = \left\{ \frac{180}{\pi} \times [\phi_{RAD}(i, j) - \phi_{RAD}(i, j - 1)] \right\} \quad (5.21)$$

Cette procédure permet à $\Delta\phi_{DEG}(i, j)$ de prendre le nombre entier le plus proche du terme de droite. Elle introduit une erreur aléatoire $\leq \pm 0.5$ degrés, ceci est négligeable devant le déphasage de 1 Rd correspondant à l'échelle de cohérence.

Si on est à la première colonne ($j=1$), on pose dans l'équation (5.21) $\phi_{RAD}(i, j - 1) = \phi_{RAD}(i - 1, N)$, c'est-à-dire on prend l'élément de la dernière colonne $j = N$ de la ligne précédent celle qu'on veut calculer. Pour $j=1$ et $i = 1$ (première ligne), on pose $\phi(1, 1) = 0$ d'où $\Delta\phi_{DEG}(1, 1) = 0$.

La différence de phase en *INTEGER*2* doit satisfaire à la condition : $-32768 \text{ deg} \leq \Delta\phi_{DEG} \leq 32767 \text{ deg}$. On a donc vérifié si cette condition était bien satisfaite pour chaque différence de phase calculée et dans le cas contraire on pose $\Delta\phi_{DEG} = 0$ et ceci est très rare. En effet, sur l'écran final fabriqué de $128 \times [8192 \times 8192]$ pixels, on a trouvé 1 valeur ne satisfaisant pas à cette condition.

Ce choix de la taille des blocs se justifie par le fait que dans la suite du programme, il nous faut lire $N \times N$ pixels de l'écran de phase pour l'intégration dans l'IFK. Il faut noter que chaque fichier binaire est structuré en plusieurs sous-blocs, ceci va nous permettre de lire seulement le ou les sous-blocs dont on a besoin pour le calcul de l'IFK et on reproduit la phase $\phi(x, y)$ en faisant la procédure inverse de l'équation (5.21).

Distant point source

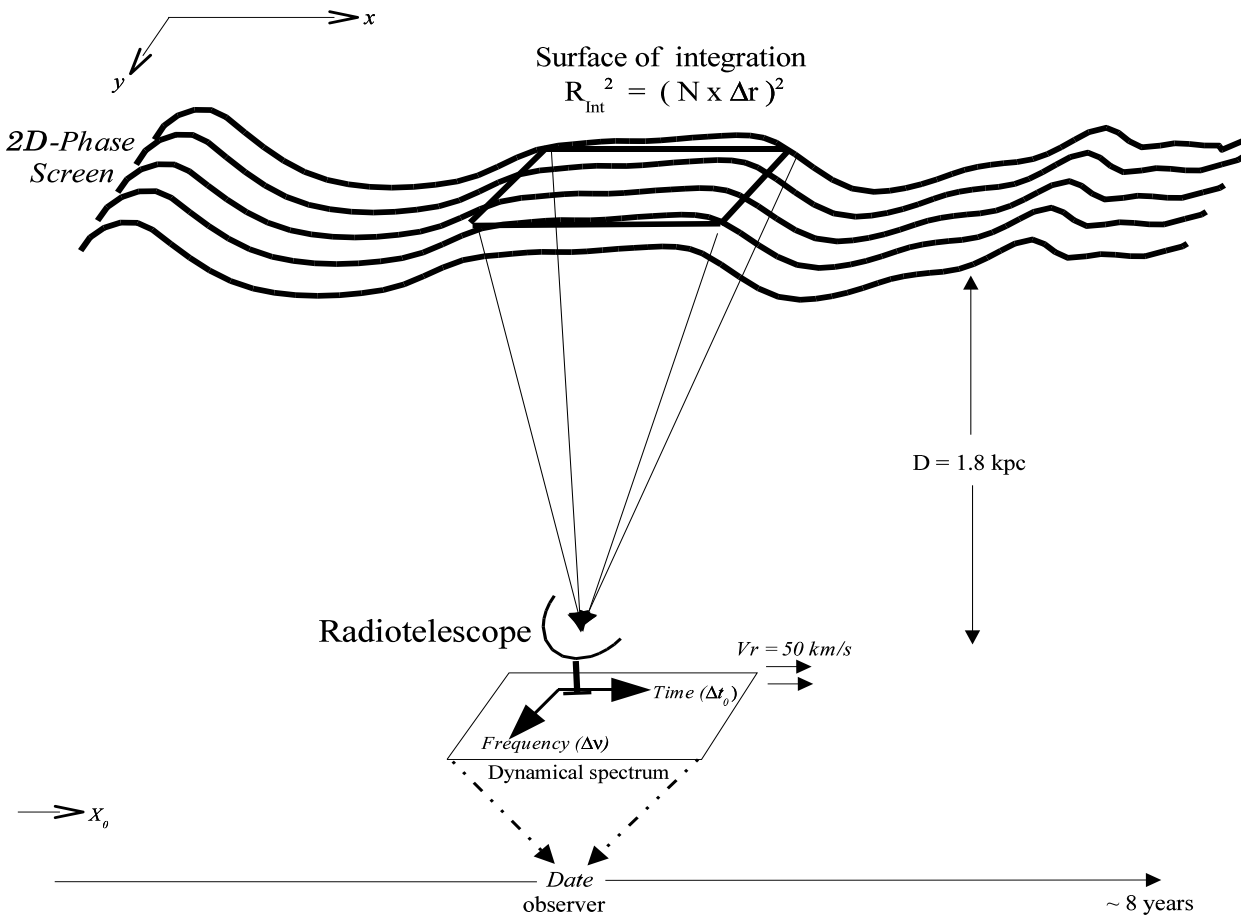


FIG. 5.6 – Schéma montrant le principe de notre algorithme. Pour chaque observation, on calcule le spectre dynamique de l'intensité à partir de l'IFK intégrée sur la surface R_{Int}^2 de l'écran. L'observation de la densité de flux sur une durée de quelques années correspond à un déplacement de cette région R_{Int}^2 sur l'écran de phase le long de l'axe des x .

5.4 Première simulation de la scintillation sur une durée de 8 ans

Les résultats, obtenus dans tout ce § 5.4, qui montrent l'existence de pseudo-ESE ont été conservés dans le manuscrit uniquement parce qu'ils nous ont conduit à découvrir un problème important dans notre méthodologie.

La taille de l'écran $N \times \Delta r$ sur lequel l'IFK est intégrée fut choisie de façon relativement arbitraire. Aucun test de la consistance des spectres dynamiques calculés à partir de cet écran ne fut conduit et ceci fut une erreur. L'apparition d' 'ESE' comme nous allons le voir dans la simulation suivante nous a fait croire un temps que nous avions prouvé la conjecture de cette thèse. Nous pensons qu'il est utile de partager cette expérience qui montre combien les calculs en optique ondulatoire sont délicats. Nous considérons que nos résultats sont rapportés réellement en paragraphes 5.5 et 5.6.

On s'intéressera plus particulièrement dans la suite au pulsar B1937+21 qui a déjà montré 5 ESEs lors de son chronométrage au radiotélescope de Nançay. Il faut rappeler que les observations des pulsars à Nançay se font à une cadence d'une fois tous les 3 jours, en moyenne. Pour chaque observation, le principe du chronométrage est d'intégrer l'intensité sur une largeur de bande de 8-MHz environ sur 1 à 2 heures. Les observations sont conduites à 1.28GHz, 1.41GHz et 1.7GHz.

Dans notre simulation, cette intensité est la moyenne des intensités du spectre dynamique calculées à partir de l'équation (5.19). L'intégration dans l'équation (5.19) se fait sur 8192×8192 pixels de l'écran de phase de Kolmogorov $\phi(x, y)$.

5.4.1 Descriptif de la méthode

Il nous faut d'abord choisir la taille du spectre dynamique en fréquence et en temps ($\Delta\nu$ et Δt_0) sur lequel on intègre l'intensité. On prend une largeur de bande $\Delta\nu = 8\text{MHz}$, échantillonnée avec un pas $\delta\nu = 1\text{MHz}$ sur 8 points, et une durée $\Delta t_0 = 4\text{heures}$, échantillonnée avec un pas de $\delta t = 15\text{ minutes}$ sur 16 points. La résolution en temps $\delta t = 15\text{ minutes}$ correspond à $\delta x_0 = 4.5 \cdot 10^7\text{m}$, avec $v_r = 50\text{ km/s}$.

Construction de l'écran de phase

On construit l'écran de phase sur la durée de $\sim 8\text{ ans}$ à partir des paramètres physiques suivants :

$$L = 3.6\text{ kpc}$$

$$\begin{aligned} C_n^2 &= 10^{-2.45} m^{-20/3} \\ \nu &= 1410 \text{ MHz (i.e. } \lambda = 21 \text{ cm)} \end{aligned}$$

Le choix de C_n^2 est déduit de l'équation de la fonction de structure (3.47) pour qu'à $\sim 1.25 \cdot 10^7$ m elle passe par $\sim 1 \text{ Rd}^2$. La turbulence est considérée étalée sur toute la ligne de visée du pulsar B1937+21.

On utilise l'algorithme qu'on a établi (cf. § 5.3.3 et Annexe B) et on stocke l'écran par blocs de 8192×8192 pixels dans $B = 128$ fichiers binaires *PHASE.b* (1 bloc/fichier), avec $b=1, B$. L'écran de phase sur la durée de 8 ans correspond à 8.5 G-pixels. Ce calcul de l'écran de phase en simple précision a pris $28\frac{1}{2}$ heures sur la Dec Alpha (755-MHz et 1.3Go) utilisée.

La taille de 8192 pixels correspond à $\frac{8192 \times 1.25 \cdot 10^7 \text{ m}}{50 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 23.7 \text{ jours} = 8 \times 2.96 \text{ jours}$. Nous allons simuler une observation (Intensité et TOA) tous les 2.96 jours et qui correspond à $\frac{8192}{8} = 1024$ pixels sur l'écran de phase.

Dans ce cas, on enregistre l'écran de phase sur 8 sous-blocs de $[1024 \times 8192]$ pixels par fichier. Il faut rappeler que les fichiers contiennent des différences de phase, il faut donc reconstruire la phase $\phi(x, y)$ à chaque fois utilisant la procédure inverse de l'équation (5.21).

Pour le calcul de l'intensité ou du TOA, on doit lire 8 sous-blocs successifs de l'écran de phase. Par exemple, pour une observation i quelconque on lit dans *PHASE.b* les 8 sous-blocs, pour l'observation suivante $i+2.96$ jours on lit dans *PHASE.b* les 7 derniers sous-blocs et le premier sous-bloc de *PHASE.b+1* et ainsi de suite (cf. Figure A.3).

5.4.2 Résultats préliminaires

Nous allons simuler l'intensité normalisée du pulsar à la fréquence $\nu = 1410 \text{ MHz}$. On place l'écran qu'on vient de fabriquer à la distance $D = 1.8 \text{ kpc}$ correspondant à la mi-distance du pulsar B1937+21. On calcule alors l'intensité à partir de l'équation (5.19).

La figure 5.7 (haut) montre l'intensité obtenue sur 8 ans. On distingue clairement 2 types de scintillation ; la scintillation classique journalière avec un temps typique de décorrélation supérieur à 10 jours et une scintillation d'un comportement différent et de plus longue durée identifiée dans 6 événements, que nous avons marqués par 6 paires de lignes verticales. En effet, l'intensité se comporte durant ces 6 périodes comme un ESE. On voit une chute brutale de l'intensité accompagnée d'une remarquable diminution de la scintillation dans chacun des 6 ESEs.

Le critère pour sélectionner ces 6 événements comme étant des ESEs est la comparaison entre l'intensité moyenne et le rms durant l'événement (ESE) et l'intensité moyenne et

le rms calculés sur toute la durée simulée. On présente dans le Tableau ci-dessous les caractéristiques de ces 6 événements.

	début (année)	durée (jours)	σ_I	$\langle I_{event} \rangle$
<i>event 1</i>	1.216	18.5	0.043	0.134
<i>event 2</i>	1.413	11.6	0.058	0.111
<i>event 3</i>	2.693	21.8	0.078	0.147
<i>event 4</i>	3.308	16.2	0.064	0.132
<i>event 5</i>	5.178	46.2	0.063	0.060
<i>event 6</i>	5.819	73.6	0.040	0.052

L'intensité simulée sur les 8 ans est caractérisée par $\langle I \rangle = 0.323$ et $\sigma_I = 0.182$. Il y a un facteur entre le niveau moyen de l'intensité sur 8 ans et celui des événements de 2.2 à 6.2. On constate également que le σ_I sur 8 ans est de 2.3 à 4.5 fois plus grand que celui calculé pendant les événements on a donc moins de scintillation durant ces 6 événements ESEs.

Le nombre total de jours durant ces 6 ESEs est de 188 pour 8 ans de simulation. Ceci fait une fraction temporelle de production de ces ESEs de 0.060 qui est proche de la fraction temporelle observée en direction de B1937+21 de 0.042 [LRC98]. L'indice de modulation $m_r = \sigma_I/I = 0.182/0.323$ dans cette figure est de 0.55 et est de 0.49 en excluant les 6 ESEs, alors qu'un indice de 0.30 a été mesuré en direction du PSR B1937+21 à Nançay et un indice de 0.23 en excluant les 5 ESEs observés. Cette valeur de m_r est élevée comparée à celle obtenue dans les observations.

Nous allons simuler les TOAs géométriques du pulsar B1937+21 à la fréquence de 1410 MHz à l'aide de l'équation 5.16. Ils sont montrés dans la figure 5.7 (bas).

On voit sur la figure 5.7 les fluctuations des TOAs géométriques résultant de la turbulence dans l'écran de phase. Ces fluctuations sont plus difficile à comparer avec les observations car les mesures des TOAs sont très bruitées $\sigma_{bruit} \simeq 0.24 \mu s$. En effet, $\sigma_{observé}$ est de l'ordre de $0.27 \mu sec$ alors que $\sigma_{geom} = 0.11 \mu sec$ avec $\sigma_{obs} = \sqrt{\sigma_{bruit}^2 + \sigma_{geom}^2}$. L'auto-correlation entre le TOA-geom et l'intensité est $\rho_{IT} = -0.62$, ce qui est en accord avec la valeur observée $-0.73 < \rho_{IT} < -0.43$. Il est clair que cette anti-correlation entre l'intensité et les TOAs n'est pas un artefact. Les critères pour une classification d'un ESE sont une croissance de la valeur de TOA et une décroissance associée de l'intensité (avec une baisse de la scintillation journalière).

On montre sur la figure 5.8 les TOA_{DM} simulés à l'aide de l'équation (5.13). La valeur relativement élevée du *rms* est due aux effets diffractifs de l'écran de phase.

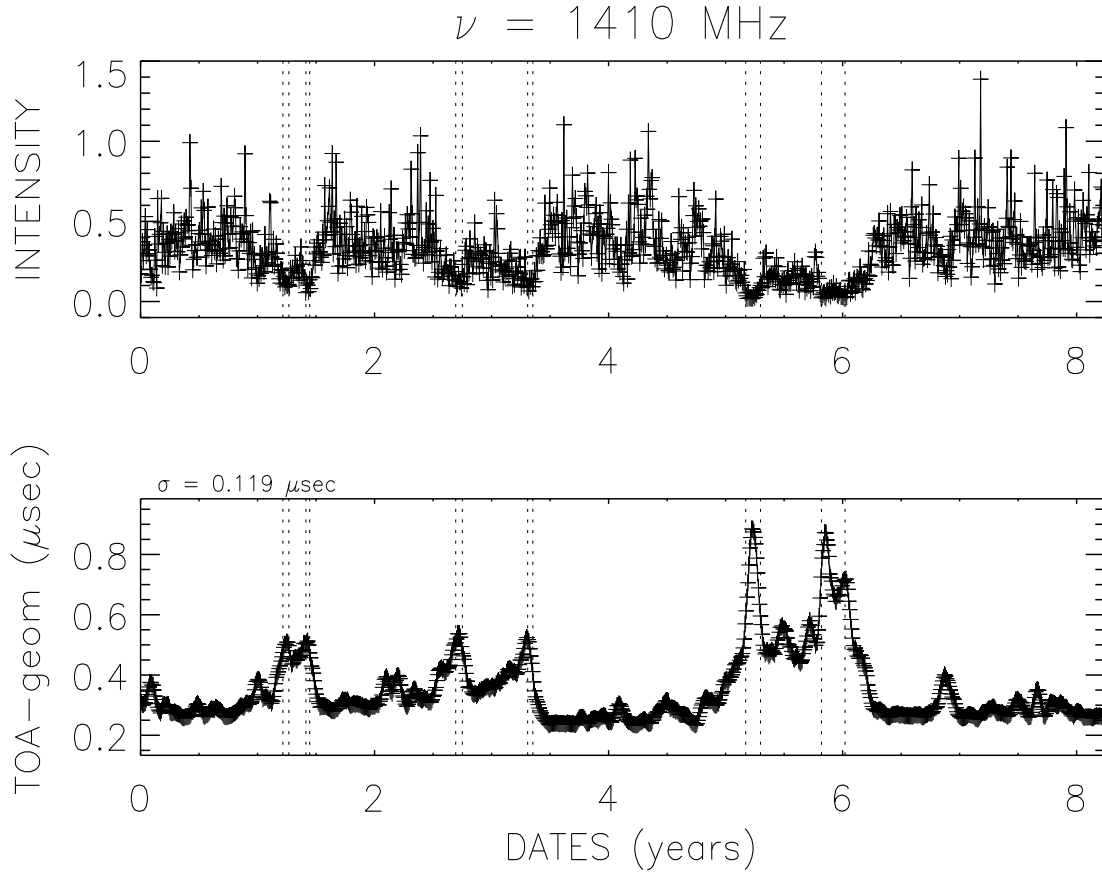


FIG. 5.7 – Intensité normalisée (*haut*) et TOA géométrique du PSR B1937+21 (*bas*) sur la période de 8 ans; $\sigma_{TOA} = 0.119 \mu\text{sec}$.

On simule en plus l'intensité aux deux autres fréquences d'observation à Nançay 1280 et 1700 MHz. Ces courbes de lumières sont montrées dans la figure 5.9. On voit que les 6 ESEs apparaissent simultanément aux trois fréquences comme dans le cas des observations.

Les fonctions d'autocorrélations (ACF : AutoCorrelation Function) des intensités sont en figure 5.10. On détermine alors l'échelle réfractive t_r à partir de ces ACF et qui correspond à la largeur à mi-hauteur de ces fonctions.

Les échelles réfractives qu'on trouve, $t_r = 80 \pm 10$ jours, sont trop longues par rapport à celles mesurées en direction du pulsar B1937+21 et qui sont de l'ordre de 16 ± 2 jours (cf. Maitia, 1998).

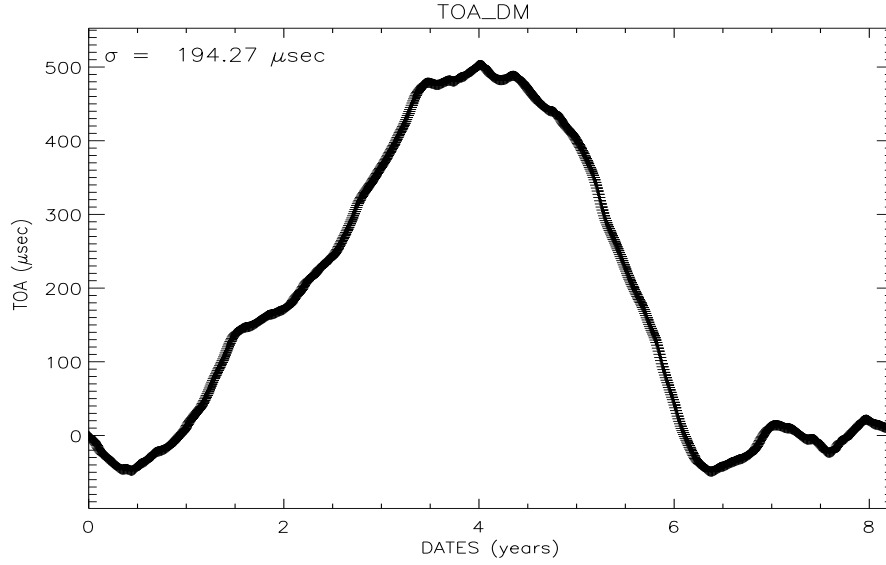


FIG. 5.8 – Retard dispersif TOA_{DM} produit par l'écran de phase de Kolmogorov.

Nous revenons au phénomène de scintillation diffractive en examinant les spectres dynamiques simulés de B1937+21 pendant et en dehors des ESEs à 1410 MHz. On calcule le spectre dynamique sur 16 points successifs durant l'ESE 5 et en dehors, i.e. durant une période de simple scintillation journalière. Afin de mieux apprécier les effets diffractifs sur ces spectres dynamiques, on choisit une largeur de bande relativement grande $\Delta F = 16\text{MHz}$ et une durée plus longue $\Delta t = 8$ heures avec l'échantillonnage $\delta t = 15\text{min}$ et $\delta\nu = 1\text{MHz}$.

On voit clairement la différence entre les spectres dynamiques calculés durant la période de l'ESE 5 (Fig 5.11) et ceux calculés en dehors des ESEs (Fig 5.12). En effet, durant l'ESE 5 le spectre dynamique montre des sortes de franges d'interférences fragmentées et organisées absentes sur la figure 5.12.

Ce phénomène observé sur la figure 5.12 est appelé “multiple imaging”. C'est un phénomène particulier de scintillation diffractive et qui a déjà été observé en direction de quelques pulsars (Hewish *et al.*, 1985 ; Cordes & Wolszczan, 1986 ; Wolszczan & Cordes, 1987 ; Rickett *et al.*, 1997). Ils postulent que ces franges sont dues à la présence de nuages ionisés de quelques UA traversant la ligne de visée. Romani *et al.* (1988) ont suggéré que ces franges sont liées aux ESE's.

Par ailleurs, on a tracé une coupe suivant x de la phase $\phi(x, y)$ autour de l'ESE 5, entre 4.8 et 5.4 ans. En examinant attentivement cette courbe, on a remarqué que les hautes fréquences spatiales disparaissent entre 5.176 et 5.205 ans, correspondant au moment de l'ESE 5. De plus, la phase est marquée par un changement de courbure

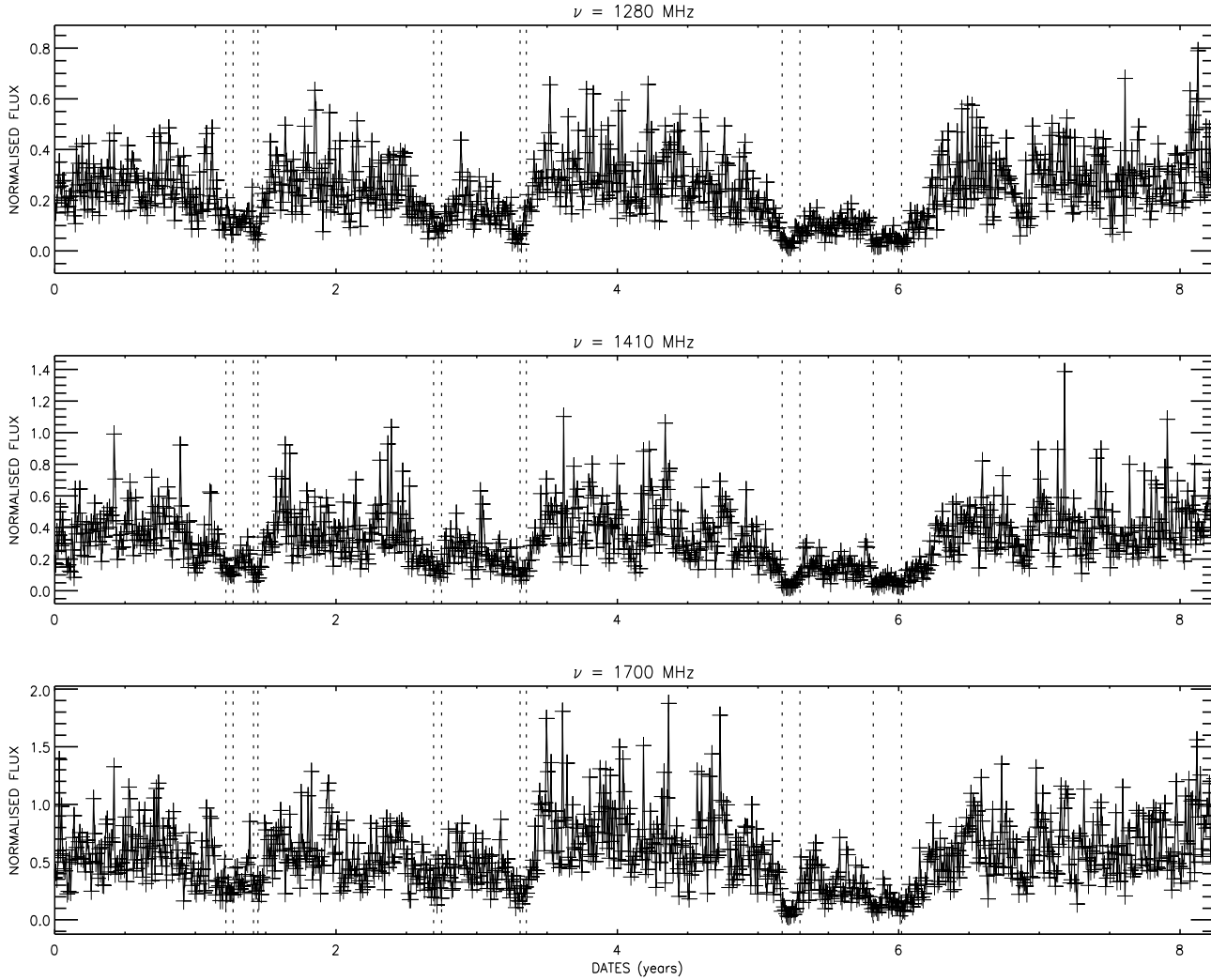


FIG. 5.9 – L'intensité du PSR B1937+21 simulée à trois radiofréquences à travers un écran de phase de Kolmogorov. Les périodes identifiées comme des ESEs sont marquées par des paires de lignes verticales.

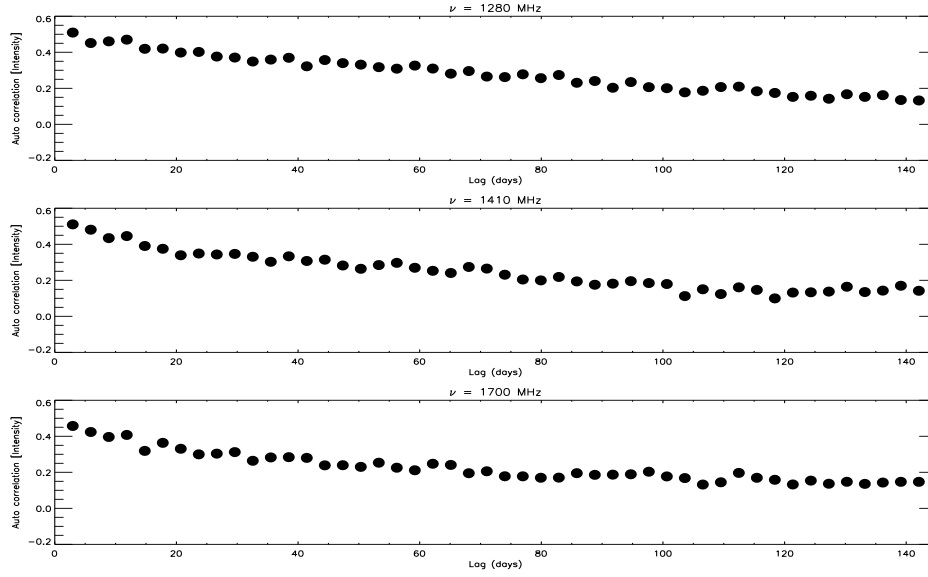


FIG. 5.10 – Fonctions d'autocorrélation de l'intensité simulée aux 3 fréquences. Les échelles réfractives correspondantes aux fréquences sont de l'ordre de $t_r = 80 \pm 10$ jours. Les valeurs de t_r sont trop longues par rapport à celles obtenues des observations de B1937+21.

assez brutal et prend une forme qui fait penser à une lentille divergente. Pour quantifier cela, on a calculé l'angle de réfraction suivant x sur 8192 pixels durant l'ESE 5 et on trouve $\sigma_\theta = 7.97 \cdot 10^{-9}$ Rd et $\langle \theta \rangle = -2.58 \cdot 10^{-9}$ Rd. Ce même calcul effectué sur 8192 pixels en dehors des ESEs donne $\sigma_\theta = 1.61 \cdot 10^{-8}$ Rd et $\langle \theta \rangle = -8.92 \cdot 10^{-10}$ Rd. L'ESE 5 peut s'expliquer par la forte réfraction, l'augmentation de $\langle \theta \rangle$, d'où la chute de l'intensité et la diminution de la turbulence à hautes fréquences spatiales, diminution de σ_θ , engendrant une diminution de la scintillation.

5.4.3 Discussion sur la simulation préliminaire

Cette première simulation en optique ondulatoire nous a permis d'avoir une première appréciation du problème de la modélisation de la scintillation en utilisant l'IFK. En effet, on remarque d'abord que les pseudo-ESEs ont un taux d'apparition relativement élevé et leurs formes sont assez différentes de celles des observations. Les courbes de lumière obtenues dans cette simulation préliminaire montrent un pseudo-ESE relativement long entre 5 et 6 ans où sont imbriqués les 2 pseudo-ESEs 5 et 6. Ceci n'a pas été observé en direction de B1937+21. En plus, les fortes variations obtenues dans ces courbes avec le m_r assez élevé montrent que la turbulence (i.e C_n^2) est forte dans ce cas. D'un autre côté, les spectres dynamiques obtenus montrent des tailles des speckles

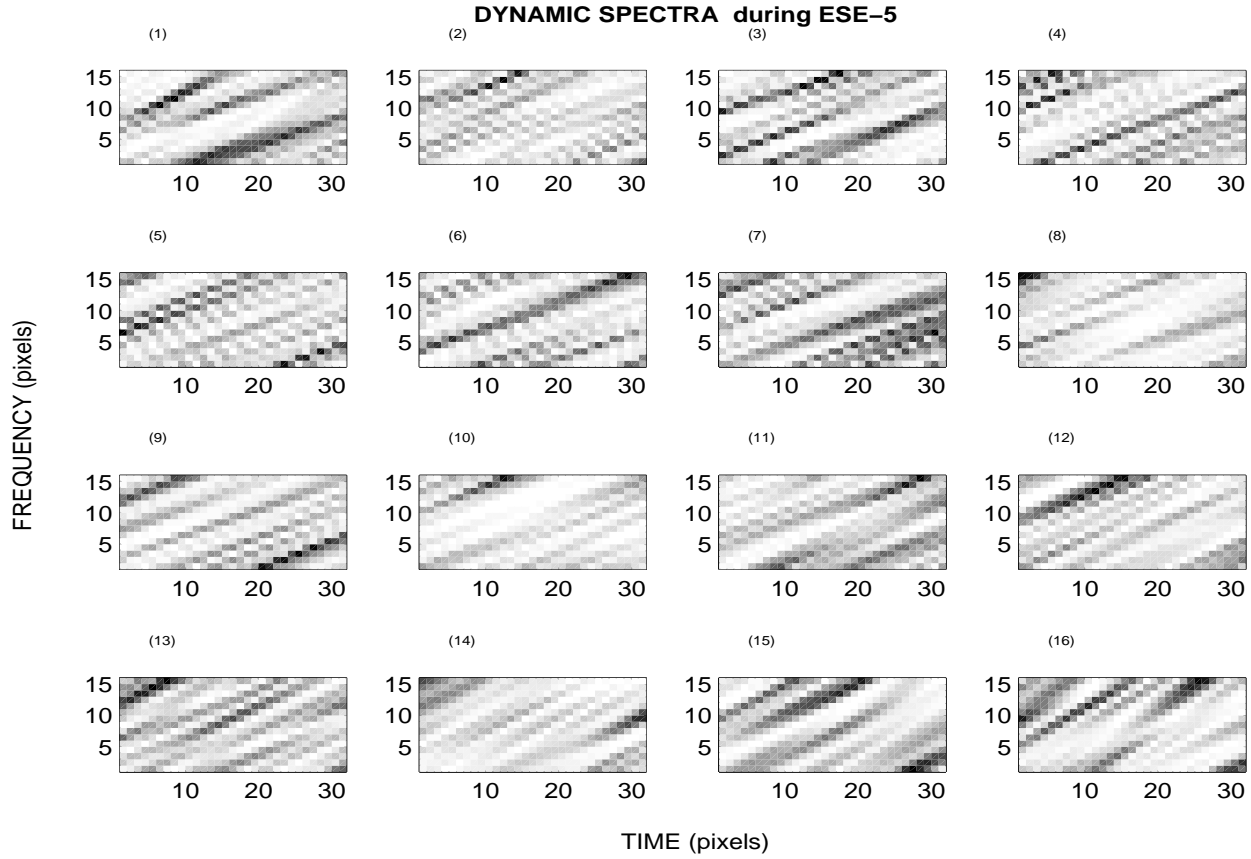


FIG. 5.11 – Spectres dynamiques simulés de B1937+21 sur 16 points successifs, de la courbe de lumière, durant l'ESE 5. Les intensités calculées à 1410 MHz sont normalisées pour chacun des spectres dynamiques. La résolution en temps est de 15-min/pixel et en fréquence 1-MHz/pixel.

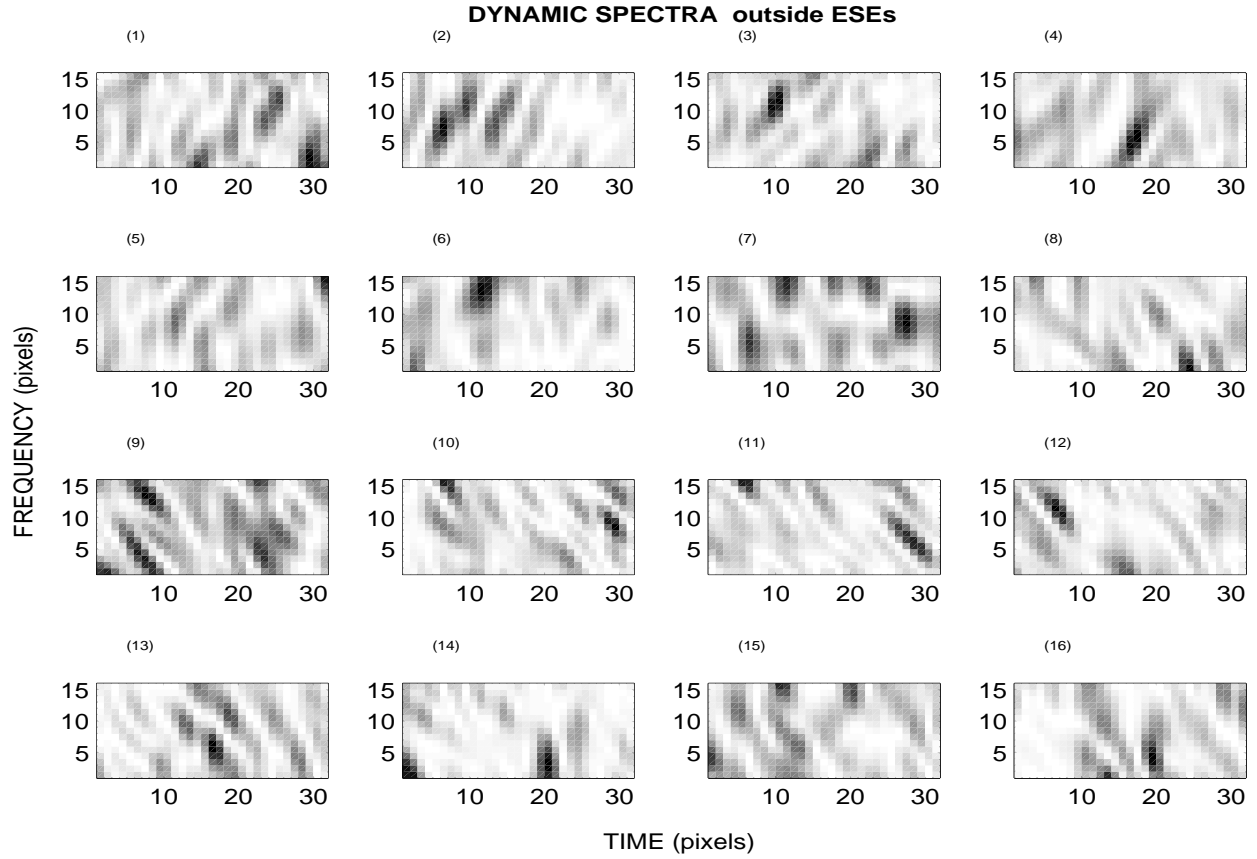


FIG. 5.12 – Spectres dynamiques simulés de B1937+21 sur 16 points successifs, de la courbe de lumière, en dehors des ESEs. Durant la turbulence journalière autour de 4.5 ans. Les intensités calculées à 1410 MHz sont normalisées pour chacun des spectres dynamiques. La résolution en temps est de 15-min/pixel et en fréquence 1MHz/pixel.

de diffractions de l'ordre de $\langle t_d \rangle \sim 30$ min pour le temps de diffraction et $\langle \nu_{dc} \rangle \sim 5$ MHz pour la bande de décorrélation. Ces valeurs de t_d et ν_{dc} sont trop grandes par rapport aux valeurs théoriques ($t_d = 9$ min et $\nu_{dc} = 1.1$ MHz), qu'on calculera dans le paragraphe suivant, du pulsar B1937+21. On ne peut donc pas tirer de conclusion sur les courbes de lumières obtenues dans cette simulation dans le cas du pulsar B1937+21. Il faut noter que certaines observations d'autres pulsars ont montré des speckles de diffraction de tailles comparables à celles qu'on a obtenu, mais ces observations ont été faites à 0.4 GHz (Gupta, Rickett & Lyne, 1994). En fait, les tailles des speckles de diffractions des spectres dynamiques de la première simulation n'étaient pas en accord avec les tailles théoriques. Il faut également noter que $\langle I \rangle = 0.32$ 1 alors que l'on calcule une intensité normalisée. Ceci montre que la surface d'intégration $R_{Int}^2 = (76r_F)^2 = (1.4r_s)^2$ de l'IFK n'est pas suffisante. Il s'explique par le fait que l'on a pas intégré assez d'échelles de diffractions dans l'écran de phase. Il faut donc refaire une simulation avec un écran de phase plus grand. La découverte de ce problème dans notre méthode a été un pas important pour aborder la simulation finale.

Comme on l'a mentionné au début de ce paragraphe, cette simulation a été conservée pour illustrer l'aspect délicat des calculs des spectres dynamiques. Le calcul fait dans ce cas est incomplet du fait qu'il manque certainement de l'énergie dans l'écran de phase utilisé.

Dans le paragraphe suivant, on montrera comment choisir la taille R_{Int} afin d'avoir un écran de phase suffisant pour notre calcul et pas trop grand pour que le calcul reste faisable sur notre machine. Ce choix se fait en testant la consistance du calcul de spectres dynamiques du pulsar B1937+21 et leur comparaison avec les observations. En plus, nous baissons la force de la turbulence dans l'écran de phase en utilisant un C_n^2 plus petit.

5.5 Tests : Calculs de spectres dynamiques du pulsar B1937+21

Dans ce paragraphe, nous allons simuler les spectres dynamiques de B1937+21 à la fréquence de 1.41 GHz. On fera le calcul en intégrant l'IFK sur différentes surfaces de l'écran de phase et on déduira la taille R_{Int} de la surface nécessaire et suffisante pour avoir une simulation consistante. En effet, il faut que les tailles des speckles de diffraction des spectres dynamiques soient consistantes avec leurs tailles théoriques. Nous révisons dans ce paragraphe la valeur de l'échelle de cohérence $r_{coh} = 1.25 \cdot 10^7$ m utilisée au paragraphe précédent 5.3.2 où nous l'avons fortement sous estimée. Cette valeur a été lue directement à l'aide de la figure 2 d'Armstrong *et al.* (1995). La valeur de C_n^2 correspondant à $r_{coh} = 1.25 \cdot 10^7$ m est $\sim 10^{-2.45} \text{ m}^{-20/3}$ à 1.41 GHz sur une longueur de propagation de $L = 3.6$ kpc, calculée à l'aide de la formule de la fonction de structure

(éq. 3.47). Or cette valeur est bien supérieure à $10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$ proposée par ailleurs en conclusion dans leur papier. En réalité, une inspection plus attentive de leur figure 2 montre que tous leurs points de données de petites échelles ($< 10^{11}$) passent en dessous de la courbe ajustée.

Un ajustement local 'à vue' directement sur les points de leur figure 2 indique une longueur de cohérence plus grande, de l'ordre de $3.8 \cdot 10^7 \text{ m}$, qui correspond bien à $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$ en utilisant la formule théorique de la fonction de structure de phase (3.47) à 1 GHz et $L = 1 \text{ kpc}$. Nous expliquons cette incohérence apparente dans le papier d'Armstrong *et al.* (1995) par leur volonté d'ajuster une droite unique de pente 11/3 sur tout l'intervalle des échelles couvertes par leurs observations, de 10^6 à 10^{18} m . On constate que dans ces conditions l'ajustement n'est pas très bon localement sur les échelles de 10^7 à 10^{13} m qui nous intéressent.

On prédit d'abord les valeurs des échelles diffractives t_d et ν_{dc} . Elles correspondent aux tailles des speckles de diffraction d'un spectre dynamique produit par une turbulence caractérisée par $C_n^2 \sim 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$ et répartie sur l'épaisseur de l'écran de phase $L = 3.6 \text{ kpc}$. A partir de l'échelle de cohérence r_{coh} , on écrit $t_d = r_{coh}/v_r$ et $\nu_{dc} = (2\pi\tau_s)^{-1}$ avec l'élargissement d'impulsion des pulsars $\tau_s = D\theta_s^2/2c$ et l'angle de scattering $\theta_s = (kr_{coh})^{-1}$ (Rickett, 1988). L'échelle de cohérence se déduit de la fonction de structure associée au spectre de puissance de Kolmogorov (éq. 3.47) et on trouve $r_{coh} = 2.66 \cdot 10^7 \text{ m}$ d'où les valeurs théoriques de $t_d = 9 \text{ min}$ et $\theta_s = 0.26 \text{ mas}$ et donc $\nu_{dc} = 1 \text{ MHz}$. Les valeurs mesurées par Ryba (1991) en direction de B1937+21 sont $t_d = 6.4 \text{ min}$ et $\nu_{dc} = 0.55 \text{ MHz}$ et sont proches de celles obtenues théoriquement. Nous allons comparer ces valeurs à celles qu'on obtient dans nos simulations.

La taille de l'écran de phase est définie par le nombre de pixels N et le pas Δr . D'une part, il faut choisir un pas Δr assez petit pour limiter la perte de cohérence de la somme vectorielle du champ électrique dans l'IFK entre les pixels adjacents de l'écran de phase. D'autre part, la taille de l'écran $R_{int} = N\Delta r$ doit être suffisamment grande pour intégrer un maximum d'énergie dans l'écran de phase. On calcule les spectres dynamiques sur 16×16 pixels pour $\Delta t = 2 \text{ heures}$ et une largeur de bande $\Delta\nu = 12 \text{ MHz}$. Les résolutions de ces spectres sont $\delta\nu = 0.8 \text{ MHz}$ en fréquence et $2.5 \cdot 10^7 \text{ m}$ en x_0 correspondant à $\delta t = 500 \text{ secondes}$, avec $v_r = 50 \text{ km/s}$.

On montre sur la figure 5.13 les fonctions de structures suivant x et y calculées pour cet écran carré de taille $N = 32768$. On a ajusté des droites à ces fonctions de structures afin de déduire leurs pentes. On trouve 1.634 suivant x et 1.666 suivant y , ce qui est en très bon accord avec la valeur théorique de $5/3 = 1.66$. Les résidus relatifs (post-fits) de cet ajustement sont négligeables de l'ordre de 2%.

Pour tester la consistance du calcul de l'intégration IFK, dans un premier cas, on choisit un pas *constant* $\Delta r \simeq 2r_{coh} = 5 \cdot 10^7 \text{ m}$. On simule ensuite les spectres dynamiques en intégrant l'IFK sur 3 surfaces différentes de l'écran de phase de tailles $R_{int} = \pm 152r_F$, $\pm 305r_F$ et $\pm 610r_F$. Elles correspondent respectivement à des écrans de phases de $[8192 \times 8192]$ pixels ; $[16384 \times 16384]$ pixels et $[32768 \times 32768]$ pixels. On montre sur la

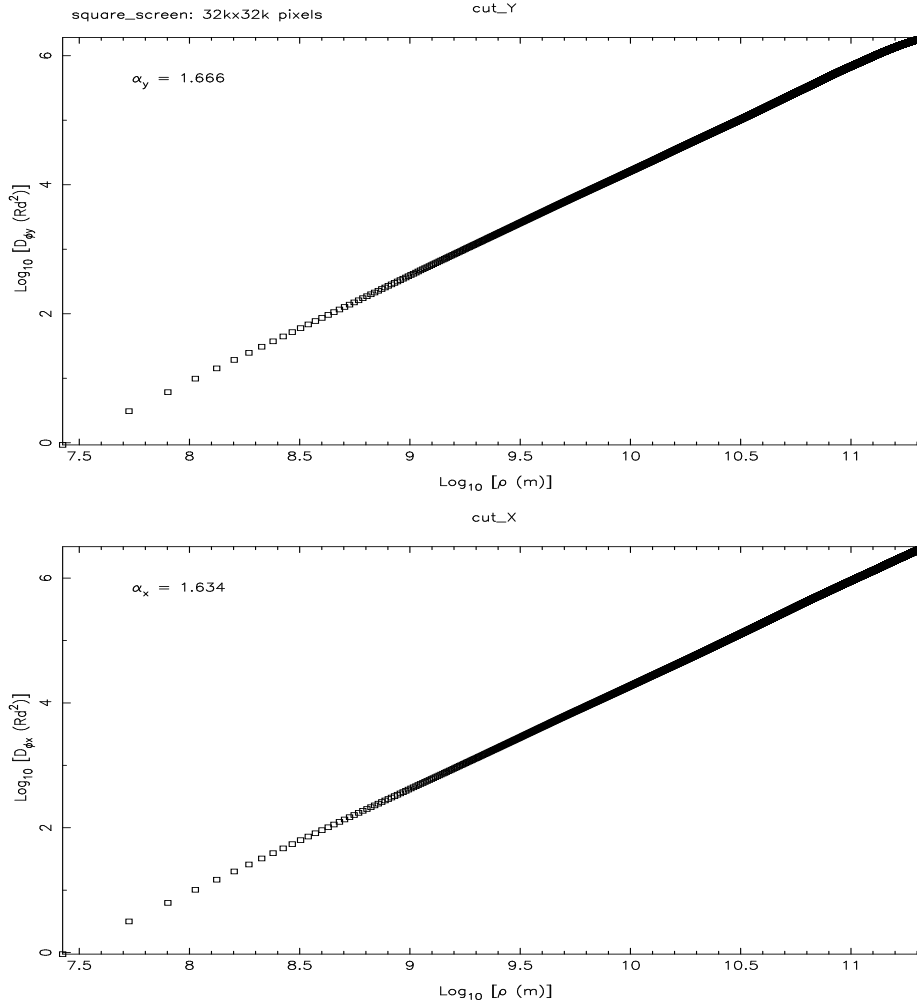


FIG. 5.13 – Fonctions de structures suivant x (bas) et y (haut) de l'écran de phase de Kolmogorov simulé sur $32k \times 32k$. Les fonctions de structures passent bien par 1 Rd^2 pour l'échelle de cohérence $r_{coh} = 2.66 \cdot 10^7 \text{ m}$ ($\text{Log}_{10} 2.66 \cdot 10^7 = 7.42$). Les pentes suivant x et y sont respectivement de 1.634 et 1.666

figure 5.14 les spectres dynamiques simulés avec ces 3 écrans de phase et les fonctions d'autocorrélation¹ correspondantes.

On voit sur cette figure 5.14 que les tailles des speckles de diffractions (t_d, ν_{dc}) ne varient pas d'une façon apparente. On les mesure directement à partir des fonctions d'autocorrélation (ACF) des spectres dynamiques. Ils correspondent aux largeurs à 50% des maximums de l'intensité dans les spectres dynamiques. On trouve les valeurs $t_d \sim 5 \text{ min}$ et $\nu_{dc} \sim 0.5 \text{ MHz}$ qui sont en bon accord avec les valeurs théoriques. Ainsi, l'intégration de l'IFK sur la surface définie par $R_{Int} = \pm 152 r_F$ est suffisante pour le calcul des spectres

¹L'ACF à 2 dimensions est la TF inverse du spectre de puissance du spectre dynamique.

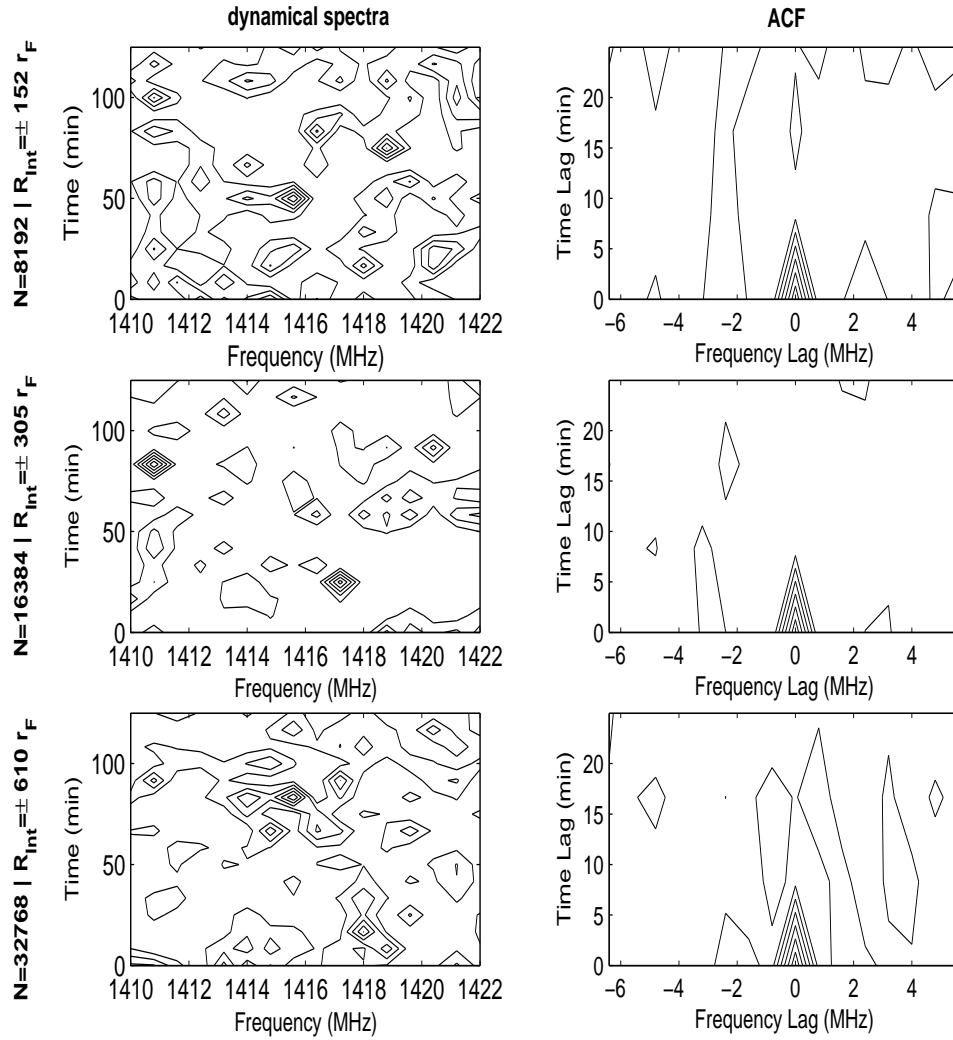


FIG. 5.14 – Spectres dynamiques (gauche) et ACF (droite) du pulsar B1937+21 simulés avec un calcul sur 3 surfaces d'intégrations différentes de l'écran de phase. L'écran de phase est échantillonné avec un pas $\Delta r = 5 \cdot 10^7$ m. Les ACF sont normalisées et présentées sur 6 niveaux equidistants. Les tailles des speckles de diffraction sont lues à partir du 3^{eme} contour de l'ACF.

dynamiques.

Par ailleurs, on lit un déphasage de 1.3 Rd sur la fonction de structure de l'écran de phase utilisé dans ces tests à l'échelle de $5 \cdot 10^7$ m. Ce déphasage est légèrement supérieur à 1 Rd. Afin de s'assurer que ce pas $\Delta r = 5 \cdot 10^7$ m ne conduit pas à une perte de cohérence dans les spectres dynamiques, on fait des tests en calculant le spectre dynamique du pulsar avec R_{Int} constant mais utilisant des pas Δr différents : $0.5r_{coh} \leq \Delta r \leq 4r_{coh}$ et avec $4k \leq N \leq 32k$ pixels. On montre sur la figure 5.15 les spectres dynamiques et les ACF obtenus pour le cas $R_{Int} = 152 r_F$: avec $\Delta r = R_{coh} = 2.6 \cdot 10^7$ m et $N = 16384$ et avec $\Delta r = 5 \cdot 10^7$ m et $N=8192$.

On voit sur la figure 5.15 que les tailles des speckles (t_d, ν_{dc}) ne varient pas d'une façon apparente entre les 2 cas où le pas est égal à r_{coh} et $2r_{coh}$. En effectuant les autres tests, en variant Δr et N , on n'a pas vu non plus de différences apparentes entre les spectres dynamiques. On conclut ainsi que le choix d'un pas de $\sim 2r_{coh}$ n'influence pas remarquablement les tailles des speckles de diffraction.

On déduit de cette étude de spectres dynamiques que la taille de $\sim \pm 152 r_F$ est suffisante pour la simulation de la scintillation en direction du pulsar B1937+21. On gardera dans la suite la valeur $N=8192$ et un pas de $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m $= 1.6 r_{coh}$ légèrement plus petite que $2r_{coh} = 5 \cdot 10^7$ m, afin que la démonstration précédente reste valable.

5.6 Scintillation de B1937+21 simulé pendant 7 ans

5.6.1 Construction de l'écran de phase de Kolmogorov

Dans ce paragraphe, on fait une simulation sur une durée de $\sim 7\frac{1}{2}$ ans avec un pas d'échantillonnage $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m. Cette durée correspond à un écran de phase d'une taille de 32×8192 pixels sur 8192 pixels. Ainsi on n'utilise que 32 blocs de l'écran précédent. L'intégration de l'IFK se fait sur une surface de $(\pm 130r_F)^2 = (5 r_s)^2$ par observation comme nous l'avons justifié dans le paragraphe précédent. Nous rappelons que nous utilisons une turbulence plus faible que celle de la première simulation (§ 5.4), on a $C_n^2 = 10^{-3} \text{ m}^{-20/3}$.

Nous caractérisons et quantifions l'écran de phase rectangulaire de 32 Blocs en présentant ses fonctions de structures suivant x et y .

On déduit les pentes des fonctions de structures en leur ajustant des droites. On trouve des pentes légèrement différentes en chaque direction. En effet, la pente suivant x vaut 1.87 et est plus élevée que la valeur théorique de 1.66. Suivant y , elle vaut 1.60 et est légèrement inférieure à la valeur théorique. Les résidus (post-fit) relatifs r obtenus à partir de cet ajustement sont de l'ordre de $0 < r < 0.075$. Ces variations de r sont très petites et sont dues au fait que les fonctions de structures sont légèrement courbées.

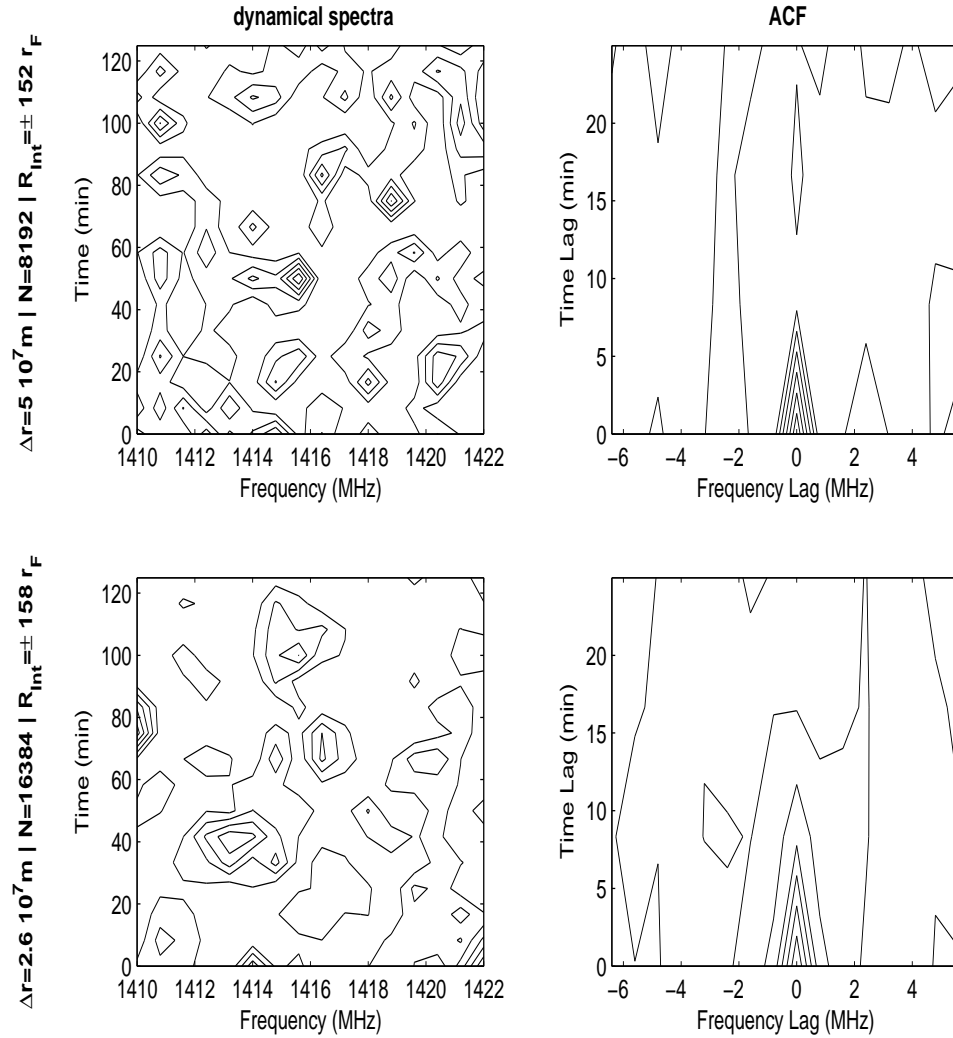


FIG. 5.15 – Spectres dynamiques (gauche) et ACF (droite) du pulsar B1937+21 simulés avec un calcul sur une même surface d'intégrations de l'écran de phase $R_{Int} = \pm 152 r_F$. Les ACF sont normalisées et présentées sur 6 niveaux equidistants. Les tailles des speckles de diffraction sont lues à partir du 3^{eme} contour de l'ACF.

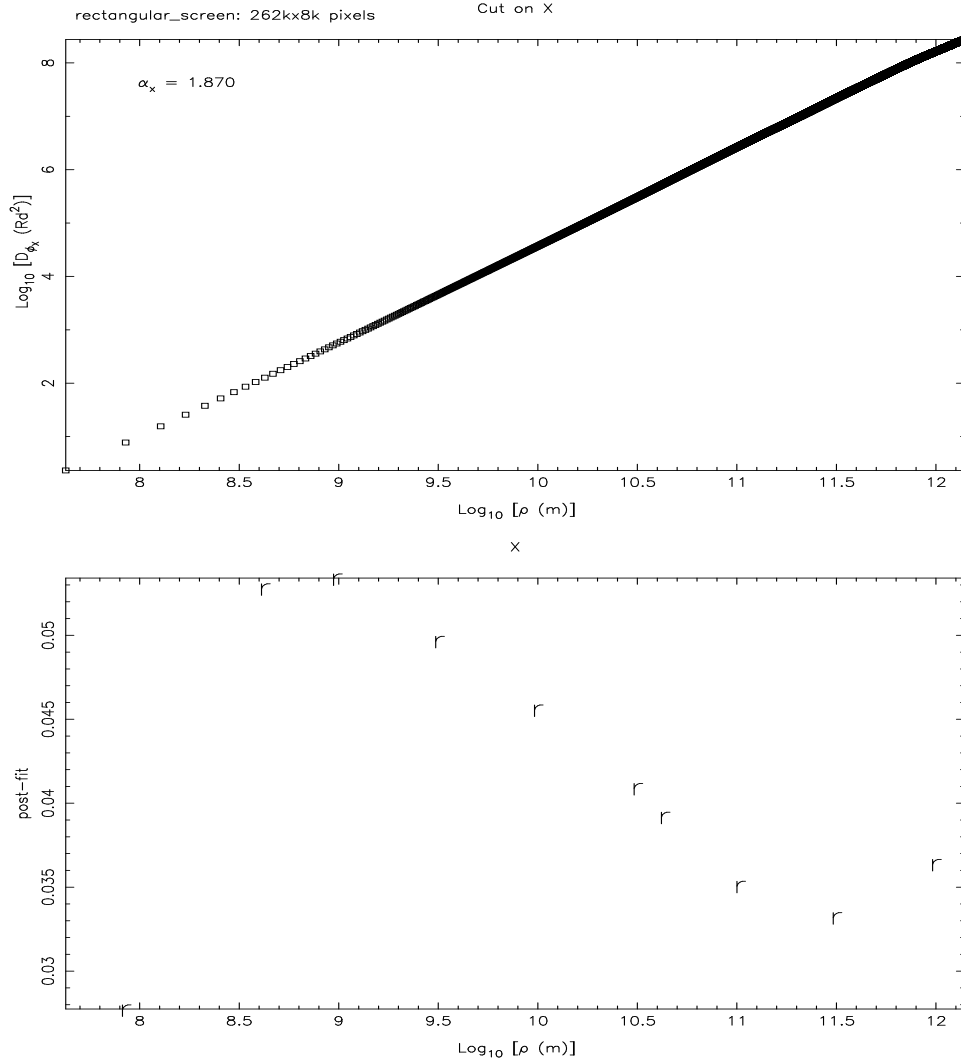


FIG. 5.16 – *Haut* : Fonction de structure obtenue pour un écran de phase de Kolmogorov suivant une coupe en x ; avec $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m ($\text{Log}_{10} 4.25 \cdot 10^7 = 7.63$). *Bas* : Résidus r obtenus à partir d'un *ajustement* d'une droite de pente 1.87

Contrairement à l'écran carré précédent de $32k \times 32k$, nécessitant des FFT-1D sur 32768 pixels, dans cette partie nous avons utilisé un quart d'un écran rectangulaire de 128 blocs. Pour expliquer les différences entre pentes théoriques et trouvées ci-dessus, nous avons pensé à une erreur numérique provenant de la subroutine FFT-1D, utilisée pour le calcul d'une colonne relativement grande $128 \times 8192 = 1$ M-pixels. On a alors refait le calcul pour la construction d'un écran de phase de 64 blocs en quadruple précision² et simultanément vérifié le théorème de Parseval. On trouve qu'il est bien

²Ce calcul en quadruple précision a pris 36 heures sur notre machine.

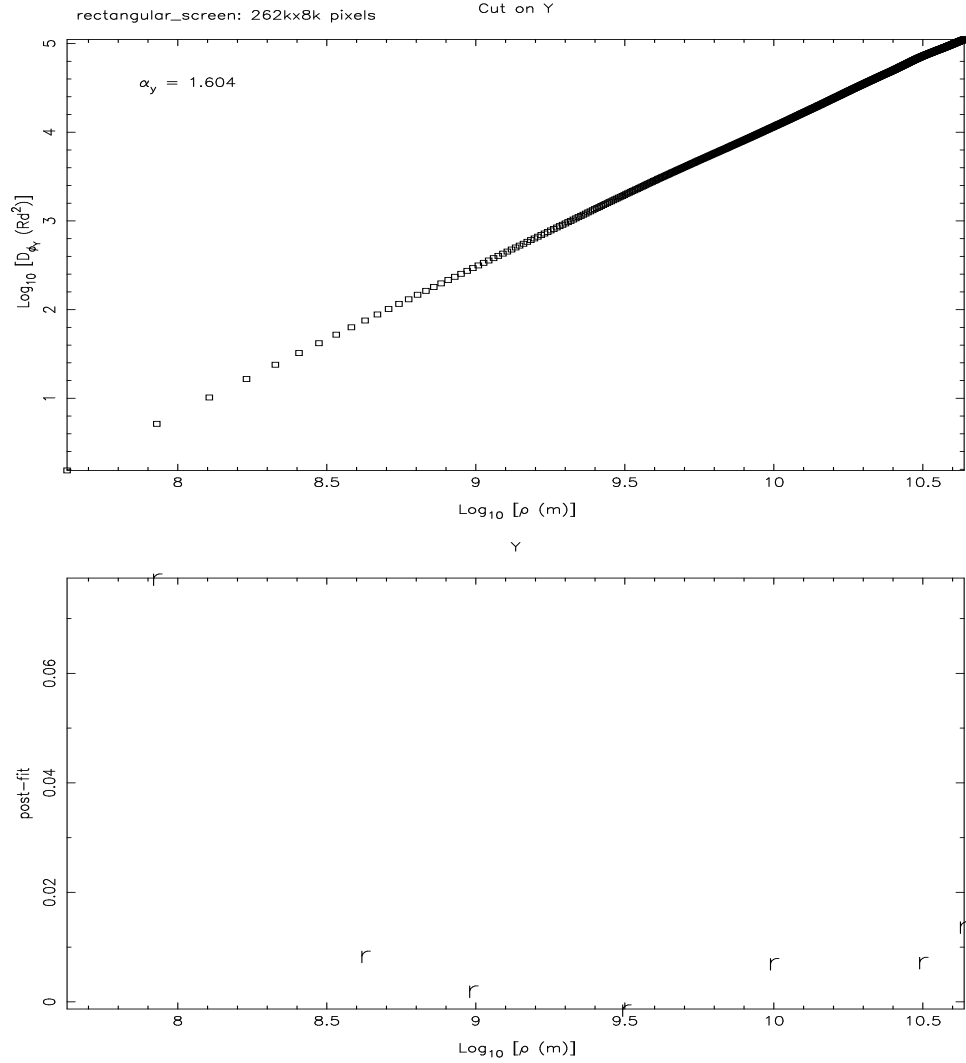


FIG. 5.17 – *Haut* : Fonction de structure obtenue pour un écran de phase de Kolmogorov suivant une coupe en y ; avec $\Delta r = 4.25 \cdot 10^7$ m ($\text{Log}_{10} 4.25 \cdot 10^7 = 7.63$). *Bas* : Résidus r obtenus à partir d'un ajustement d'une droite de pente 1.60

satisfait à 10^{-20} près, donc l'algorithme de calcul est correct et n'est pas la cause des pentes de 1.87 et 1.60 obtenues plus haut. Nous trouvons aussi que le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de la phase est de 10^{-15} . Cette partie imaginaire de la phase est négligeable. Nous avons aussi cherché les pentes des fonctions de structures correspondant à cet écran de 64 blocs et trouvé 1.578 suivant y et 1.875 suivant x . Elles sont toutes les deux différentes de la valeur théorique et différentes entre elles.

On a refait plusieurs tests en construisant des écrans de phase de longueurs allant jusqu'à 32 blocs. On remarque qu'à partir d'un écran de 4 blocs (écrans de 4, 8, 16 et 32 blocs) la pente suivant x commence à augmenter (> 1.66) et suivant y elle baisse

légèrement (< 1.66).

Nous avons alors attribué ce biais de la fonction de structure au fait que l'on simule un écran de phase rectangulaire au lieu d'un écran carré comme pour le cas de $32k \times 32k$. Cette forme rectangulaire de l'écran (largeur/longueur = $8192/1048576 = 1/128$) cause une rupture de l'isotropie implicite par l'utilisation du spectre de puissance P_{3N} d'Armstrong, Rickett & Spangler (1995).

5.6.2 Résultats et caractérisation de la scintillation

On place l'écran de phase à la distance $D = 1.8$ kpc et on calcule l'intensité moyenne sur un spectre dynamique de 12×18 pixels. La largeur de bande est de 9 MHz échantillonnée sur 12 pixels de 0.75 MHz sur une durée de 2 heures échantillonnée sur 18 pixels de 6.66 min, correspondant à un pas en x_0 de $2 \cdot 10^7$ m pour la vitesse relative de 50 km/s.

On montre sur la figure 5.18 un spectre dynamique calculé à 1410 MHz à partir de l'écran de phase qu'on va utiliser pour le calcul de la scintillation. On constate avec satisfaction que les speckles de diffraction ont des tailles de l'ordre de ~ 8 min pour t_d et ~ 0.8 MHz pour ν_{dc} . Elles sont en accord avec les valeurs théoriques.

On simule l'intensité tous les 2.5 jours sur $7\frac{1}{2}$ ans. Ce choix est pratique pour la lecture des fichiers de l'écran de phase pour l'intégration de l'IFK. On montre sur la figure 5.19 l'intensité simulée sur $7\frac{1}{2}$ ans. L'indice de modulation est $m_r = 0.22$ et est en bon accord avec la valeur mesurée en direction de B1937+21 de 0.23 en dehors des ESEs et 0.30 en incluant les ESEs [LRC98]. On est également proche de la valeur théorique qui vaut dans ce cas 0.31 (eq. 3.6). L'intensité normalisée moyenne dans ce cas $\langle I \rangle \simeq 1.2$ et est plus proche de 1.

On montre dans la figure 5.20 la fonction d'autocorrélation de l'intensité. On déduit ainsi la valeur de l'échelle temporelle de réfraction qui correspond à la largeur à mi-hauteur de la courbe et est $t_r = 15 \pm 3$ jours. Elle est également en bon accord avec celle mesurée à partir des observations qui est de 16 jours (Maitia, 1998) et la valeur théorique correspondante qui est de $D\theta_s/v_r = 18$ jours.

Nous tentons d'une façon objective de distinguer des ESEs de la scintillation journalière. On calcule donc la valeur moyenne et le *rms* de l'intensité sur des durée de 20 jours (20 jours/bin), le long des $7\frac{1}{2}$ ans simulés, relativement à l'intensité moyenne et le *rms* sur la durée totale de $\sim 7\frac{1}{2}$ ans. On montre les courbes correspondantes dans la figure 5.21.

Il y a un événement remarquable sur la figure 5.21 où l'on voit une chute de la valeur

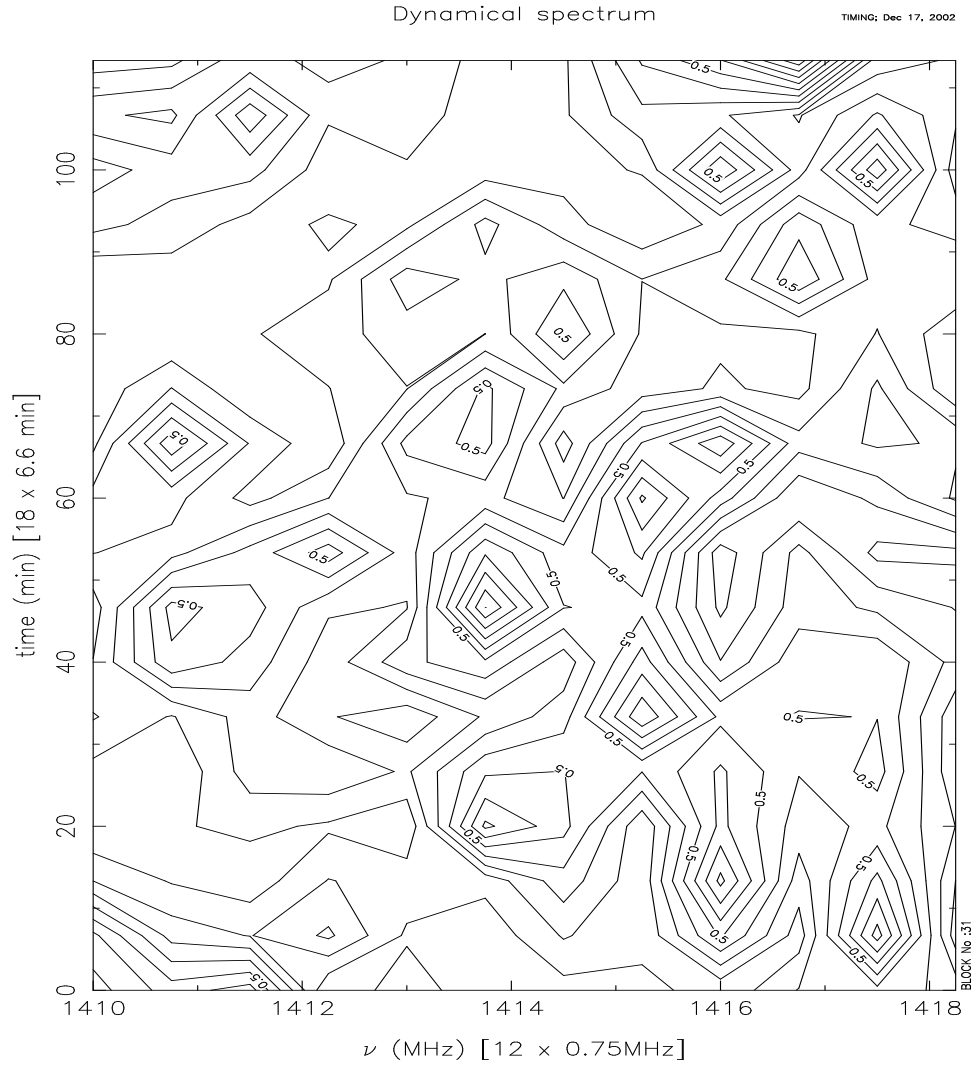


FIG. 5.18 – Spectre dynamique normalisé du pulsar B1937+21 à 1.41 GHz simulé à travers un écran de phase de Kolmogorov. L'IFK est intégrée sur une surface de taille $\pm 130r_F$. L'intensité est présentée sur 10 niveaux équidistants. Les tailles des speckles de diffractions sont distinguées par l'indice 0.5 et correspondent aux largeurs à mi-hauteur des pics du spectre dynamique.

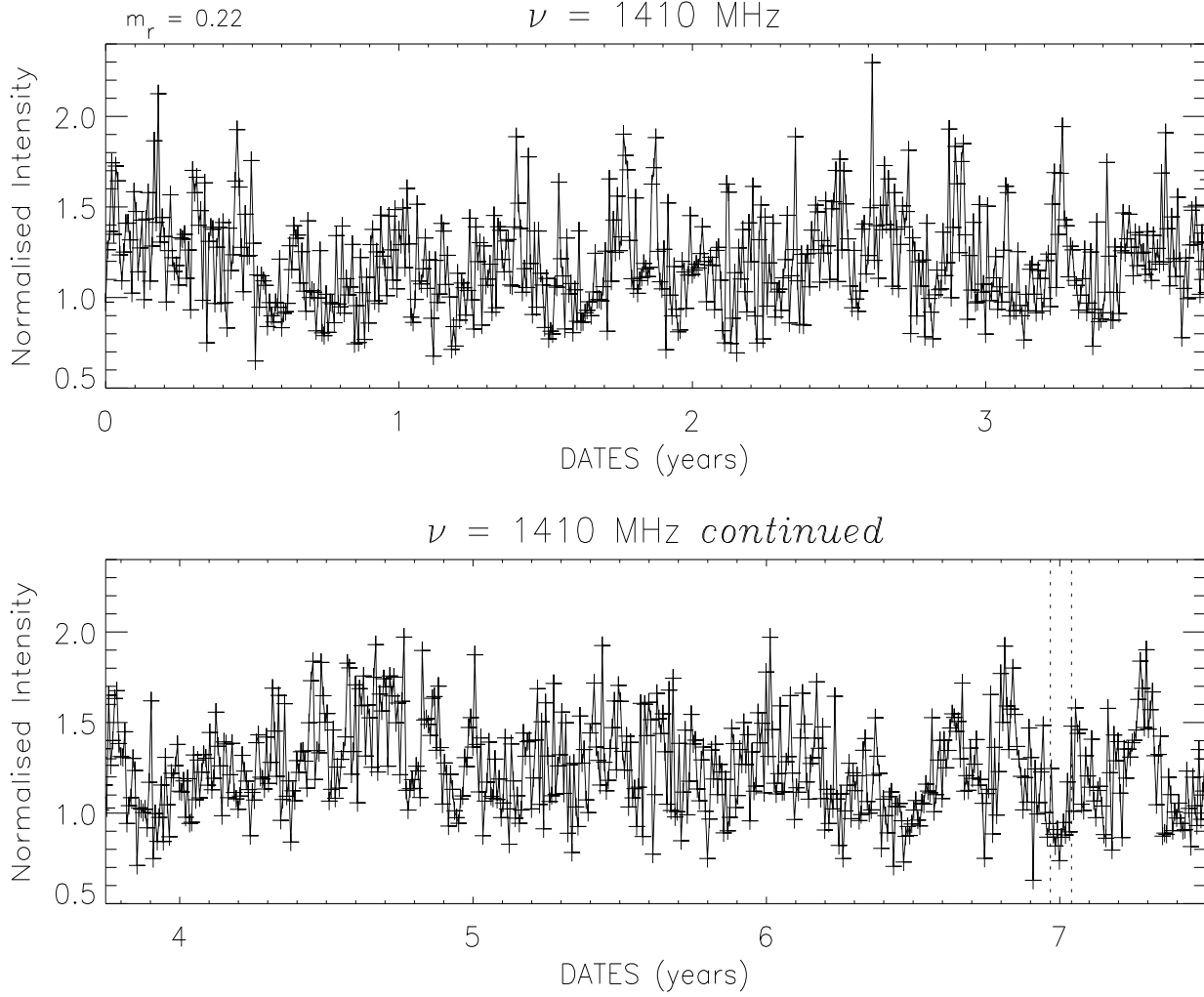


FIG. 5.19 – Intensité du pulsar B1937+21 à 1.41 GHz simulée à travers un écran de phase de Kolmogorov. L'IFK est intégrée sur une surface de taille $\pm 130r_F$. La valeur de $m_r = 0.22$ est en accord avec la valeur mesurée des observations de B1937+21. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.

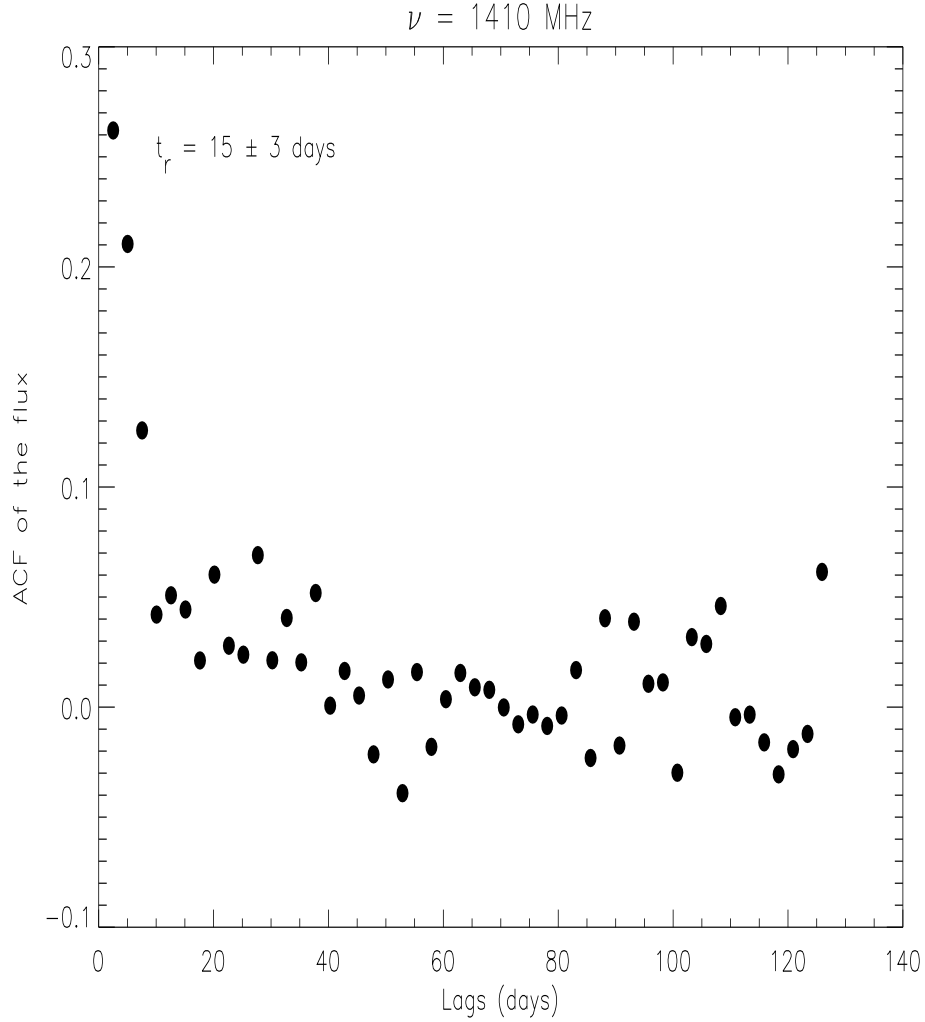


FIG. 5.20 – Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.4GHz. On déduit l'échelle réfractive qui correspond à la largeur à mi-hauteur et est $t_r = 15$ jours.

relative de l'intensité de $\sim 30\%$ à 6.97 ans (distingué par une paire de lignes verticales sur la figure 5.19). Cette chute de l'intensité de $\sim 30\%$ par rapport à son niveau moyen $\langle I \rangle = 1.22$ ressemble à un ESE. De plus, le *rms* relatif chute simultanément de $\sim 60\%$, c'est-à-dire la scintillation durant cette période baisse de 60% par rapport à la scintillation sur $7\frac{1}{2}$ ans, $\sigma_I = 0.27$. La durée de cet événement est de ~ 27 jours. On tente de confirmer cet événement ESE en cherchant s'il apparaît aux fréquences de 1.7 GHz et 1.28 GHz.

On refait donc la simulation de l'intensité à la fréquence de 1700 MHz. On montre sur la figure 5.22 l'intensité normalisée obtenue à cette fréquence. On calcule d'abord

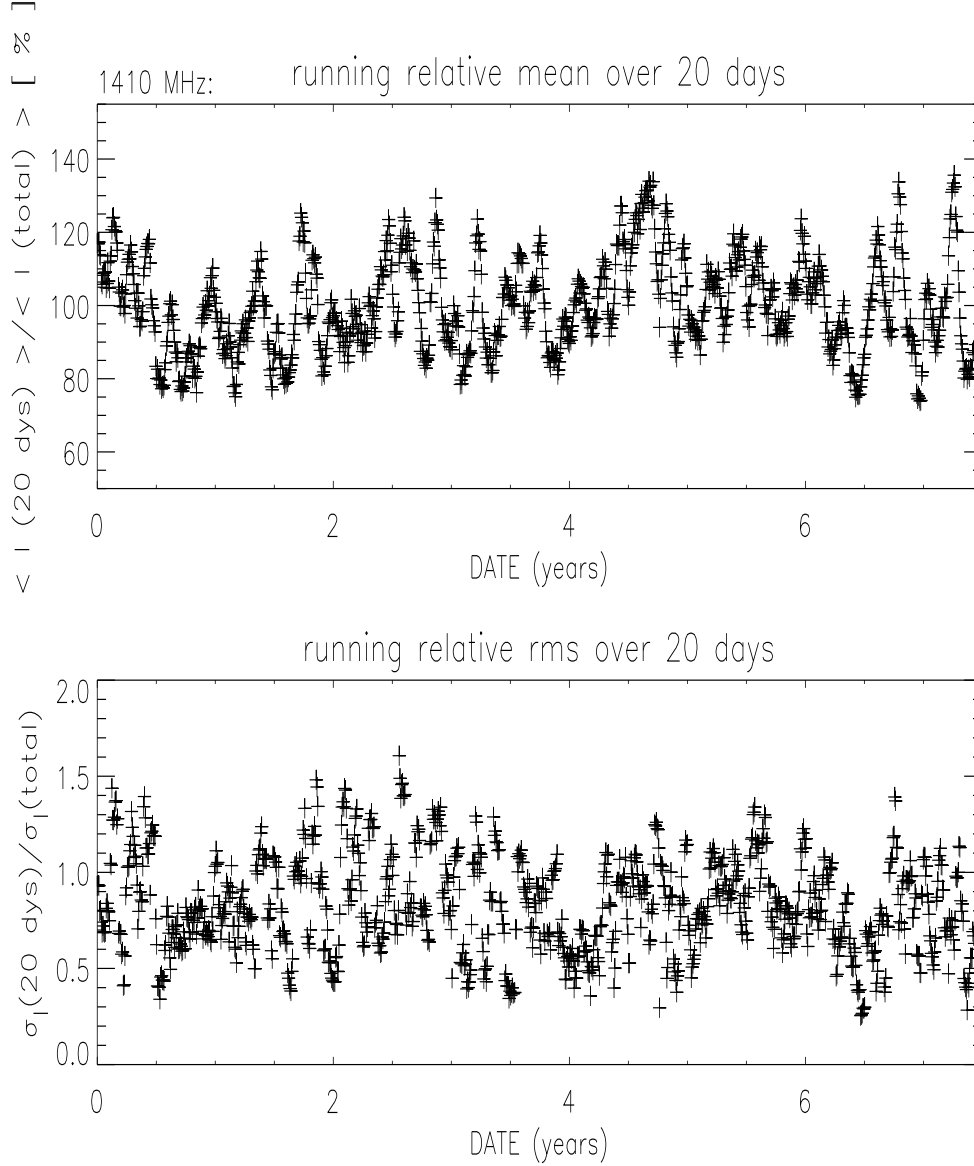


FIG. 5.21 – *Fig haut* : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. *Fig bas* : le *rms* relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.

l'indice de modulation, $m_r = 0.25$. Il est en accord avec le m_r observé (0.23-0.30). On mesure la valeur de t_r à partir de la fonction d'autocorrélation de l'intensité normalisée qu'on montre dans la figure 5.23.

On voit que la fonction d'autocorrélation à 1.7 GHz est plus bruitée que celle à 1.41 GHz et il est plus difficile de lire l'échelle temporelle de réfraction t_r . On déduit que

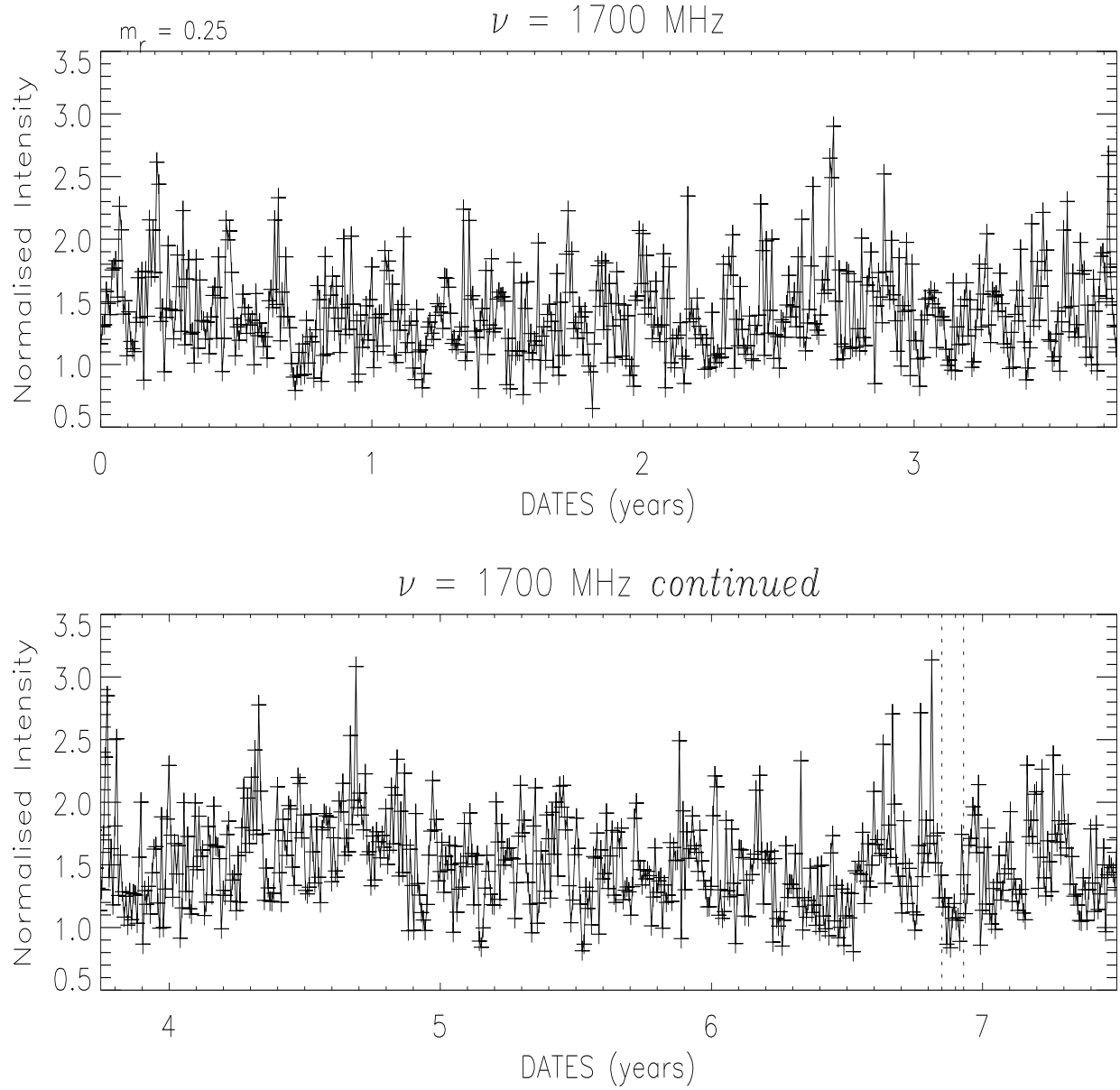


FIG. 5.22 – Intensité normalisée du pulsar B1937+21 à 1.7GHz simulée à travers l'écran de phase de Kolmogorov. L'indice de modulation de $m_r = 0.25$. Cette figure ne montre pas d'ESEs apparants. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.

sa valeur est entre 10 et 20 jours. Les valeurs de m_r et t_r retrouvée à cette fréquences et qui sont en bon accord avec les valeurs observées et les valeurs théorique montrent que cette simulation à 1.7 GHz est également consistante. On essaye alors de détecter l'événement observé à 1.41 GHz, ressemblant à un ESE, à cette fréquence de 1.7 GHz.

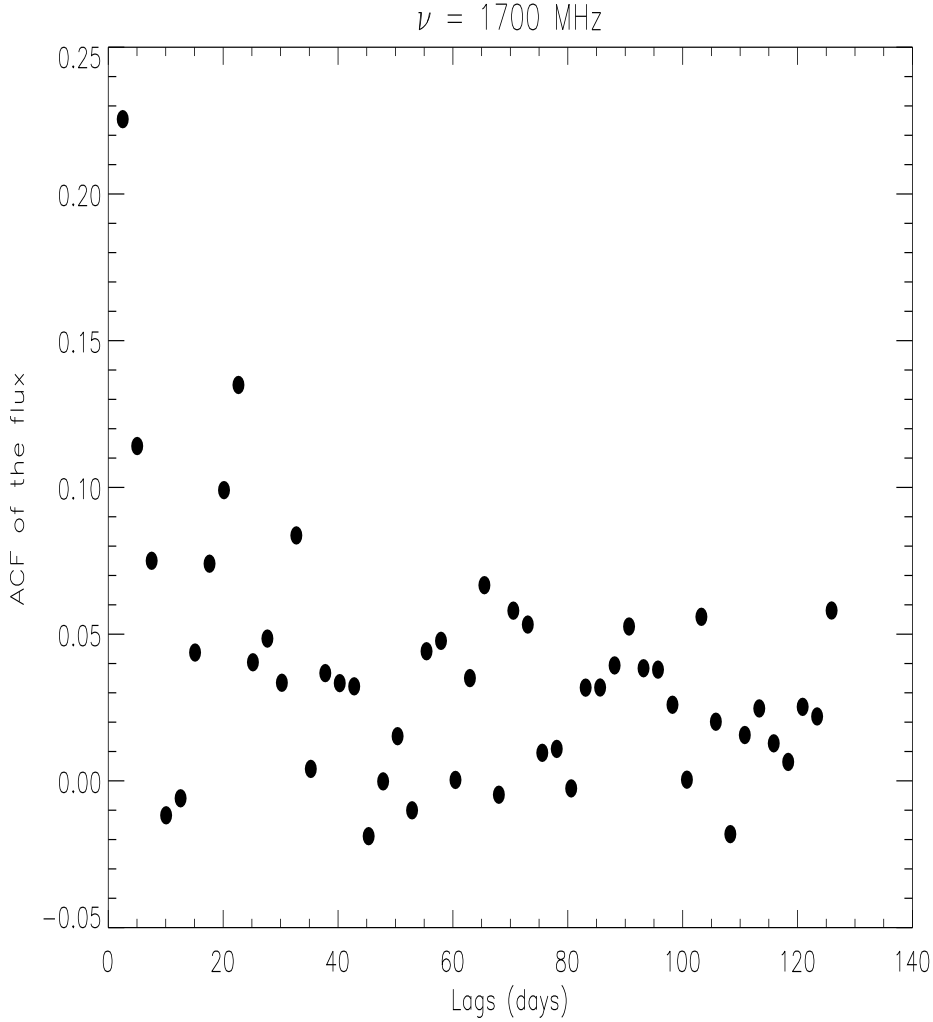


FIG. 5.23 – Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.7GHz. On déduit que l'échelle réfractive est de l'ordre de 10 à 20 jours.

D'après la figure 5.22, on ne voit pas apparaître l'événement ressemblant à un ESE vers ~ 6.9 ans détecté à 1.41 GHz. Afin de s'en assurer, on fait le même test qu'à 1.41 GHz, en calculant la moyenne et le *rms* de l'intensité sur des durées de 20 jours le long de la durée totale et ces courbes sont dans la figure 5.24.

Les courbes de la figure 5.24 ne montrent pas un comportement particulier de l'inten-

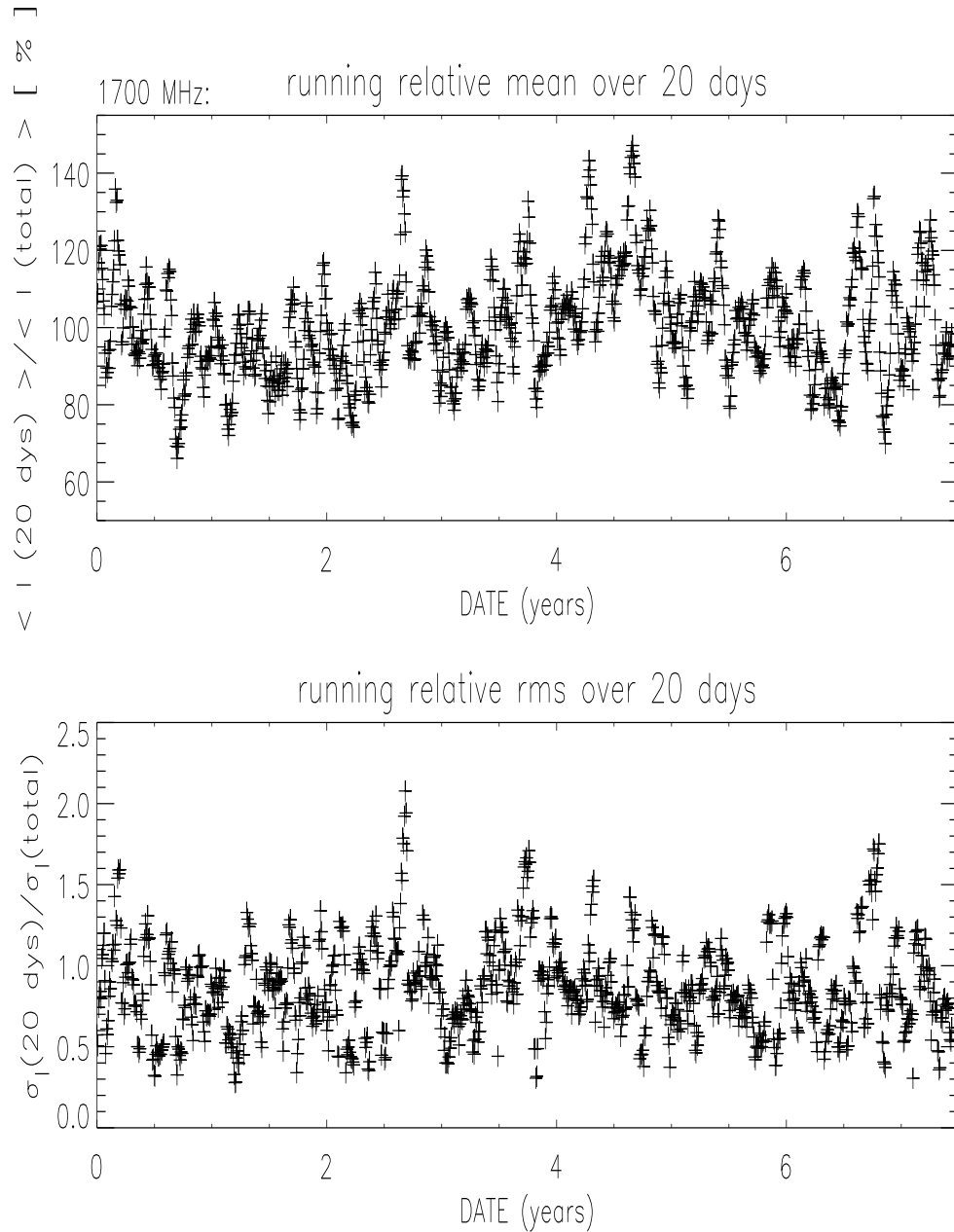


FIG. 5.24 – *Fig haut* : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. *Fig bas* : le *rms* relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.

sité autour de ~ 6.9 ans comme à 1.41 GHz. Par contre, on voit un faible ESE vers 6.8 ans (distingué également par une paire de lignes verticales dans la figure 5.22). Sa durée est de ~ 29 jours et l'intensité chute de $\sim 30\%$ par rapport à son niveau moyen et son *rms* de $\sim 70\%$. On note bien que cet événement ESE n'est pas corrélé avec celui observé

à 1.41 GHz du fait qu'il ne soient pas apparus simultanément dans la courbe de lumière.

Enfin, on fait une simulation à la troisième fréquence 1.28 GHz, comme les observations de Nançay. On calcule l'intensité normalisée à 1.28 GHz et on montre la courbe obtenue dans la figure 5.25. On calcule également sa fonction d'autocorrélation qu'on montre dans la figure 5.26. On déduit de ces deux courbes les valeurs $m_r = 0.20$ et $t_r = 15 \pm 3$ jours. Ils sont également en accord avec la théorie et les observations. Par contre, les deux événements ESEs trouvés à 1.41 et 1.7 GHz n'apparaissent pas à cette fréquence.

On montre sur la figure 5.27 les courbes des variations de l'intensité moyenne et son *rms* sur des durées de 20 jours relativement à l'intensité moyenne et son *rms* sur la durée totale. On confirme donc de cette figure que les deux événements trouvés à 1.41 et 1.7 GHz n'apparaissent pas à cette fréquence.

En revanche, un troisième événement ESE est apparu sur cette courbe à ~ 0.75 ans (Fig 5.25). Il a une durée de ~ 20 jours et l'intensité chute de ~ 35 % et son *rms* de ~ 45 %. Il reste donc un ESE faible et de plus il n'est pas apparu aux fréquences 1.7 et 1.41 GHz.

En résumé, cette simulation a montré trois événements ESEs apparus à des moments différents pour chacune des trois fréquences contrairement aux ESEs observés en direction de B1937+21. On ne peut donc pas les qualifier d'ESE.

5.7 Discussion et perspectives

Les simulations de la scintillation de B1937+21 faites dans ce chapitre, à 1.28, 1.41 et 1.7 GHz, ne montrent pas d'ESEs à proprement parler. Ceci est contraire à la conjecture de cette thèse cherchant à expliquer les ESEs observés en direction de B1937+21 par la turbulence *naturelle* du MIS. On trouve à chacune des trois fréquences un faible ESE mais qui n'apparaît pas simultanément aux deux autres fréquences. Cependant, ce résultat (pas de vrais ESEs dans notre simulation) n'est pas conclusif du fait des limites de notre calcul numérique. Cette simulation représente un important résultat dans l'étude de la scintillation conduite dans l'approximation de l'écran mince dans le cadre de la diffraction de Fresnel dans le milieu interstellaire (Hamidouche & Lestrade (2002), l'article est dans l'Annexe E), comme présentée dans Gwinn *et al.* (1998). Les caractéristiques (paramètres diffractifs et réfractifs) de la scintillation de B1937+21 trouvées dans cette simulation sont en bon accord avec celles des observations et des valeurs théoriques. Durant notre étude, on a testé différents écrans de phase. Avec un écran dont les fluctuations de phase sont ~ 2 fois plus fortes, i.e. le produit $C_n^2 \times L$ est ~ 4 fois plus élevé, on a conclu trop vite avoir trouvé des ESEs et nous nous sommes rendus compte après que les spectres dynamiques n'étaient pas consistants (§ 5.4). On

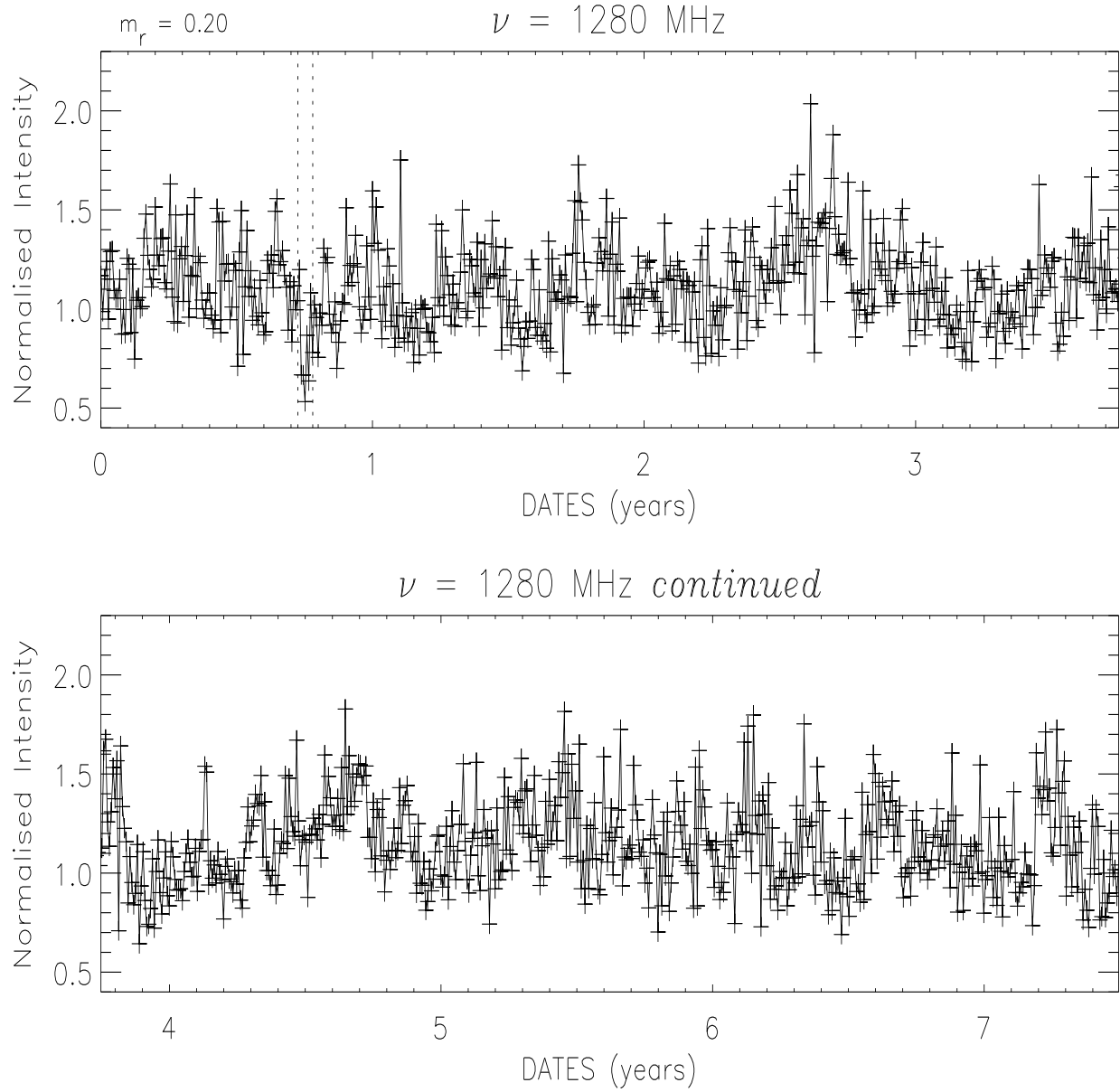


FIG. 5.25 – Intensité normalisée du pulsar B1937+21 à 1.28GHz simulée à travers l'écran de phase de Kolmogorov. L'indice de modulation de $m_r = 0.20$. Cette figure ne montre pas d'ESEs apparants. La paire de lignes verticales en tirets distingue un faible ESE.

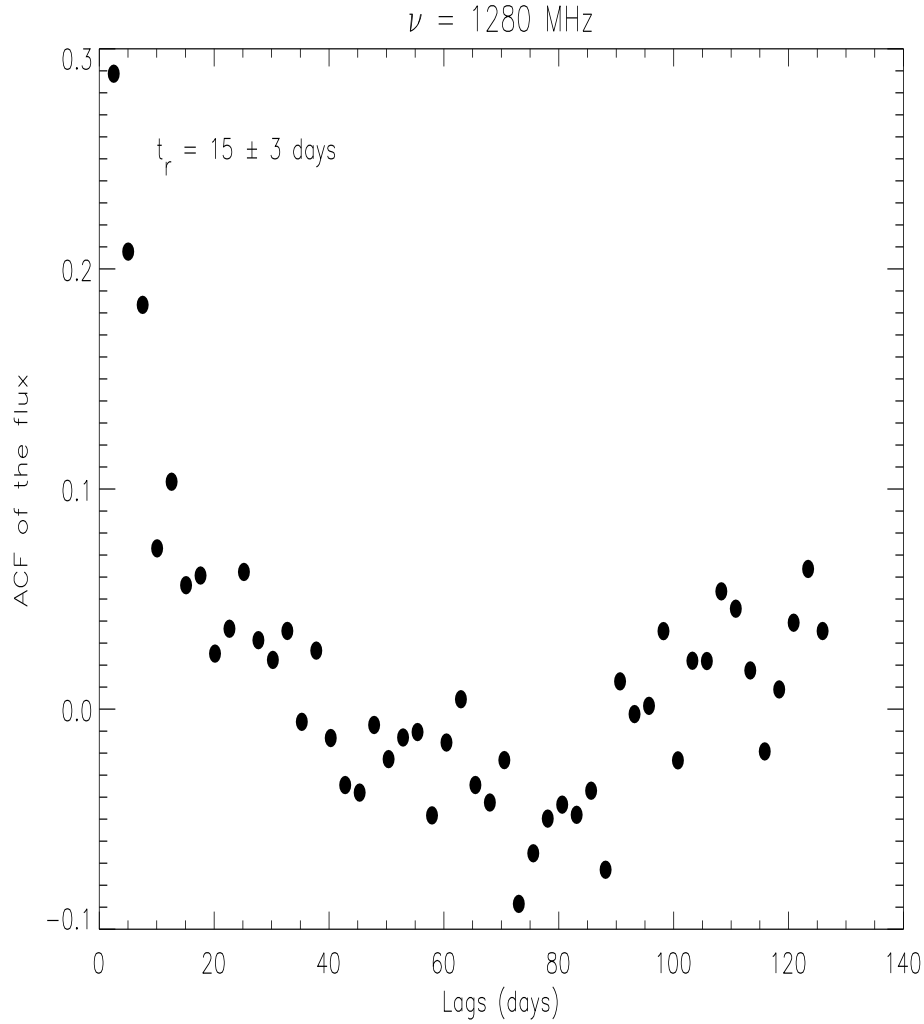


FIG. 5.26 – Fonction d'autocorrélation de l'intensité de B1937+21 à 1.28GHz. On déduit que l'échelle réfractive est de l'ordre de 15 jours.

retire donc les conclusions émises dans Hamidouche, Lestrade & Cognard (2002).

Une possible (et nécessaire) amélioration à faire est le passage sur une machine plus puissante “supercomputer”, ou parallèle. D'une part, on devrait pouvoir simuler un écran de phase ϕ géant carré de taille $2^{19} \times 2^{19}$ pixels pour un pas de $4.25 \cdot 10^7$ m. Ceci préserverait l'isotropie implicite dans le cas de l'utilisation du spectre de puissance P_{3N} d'Armstrong *et al.* (1995). D'autre part, l'utilisation d'un écran carré géant devrait favoriser l'apparition des ESEs. En effet, un tel écran produit des variations de phase à grandes échelles, qui pourraient être à l'origine des ESEs, à la fois suivant x et y .

D'autre part, il serait possible de calculer l'image (Intensité sur le plan x_0 et y_0) en faisant la TF à 2-D de la fonction de pondération avec comme phase supplémentaire

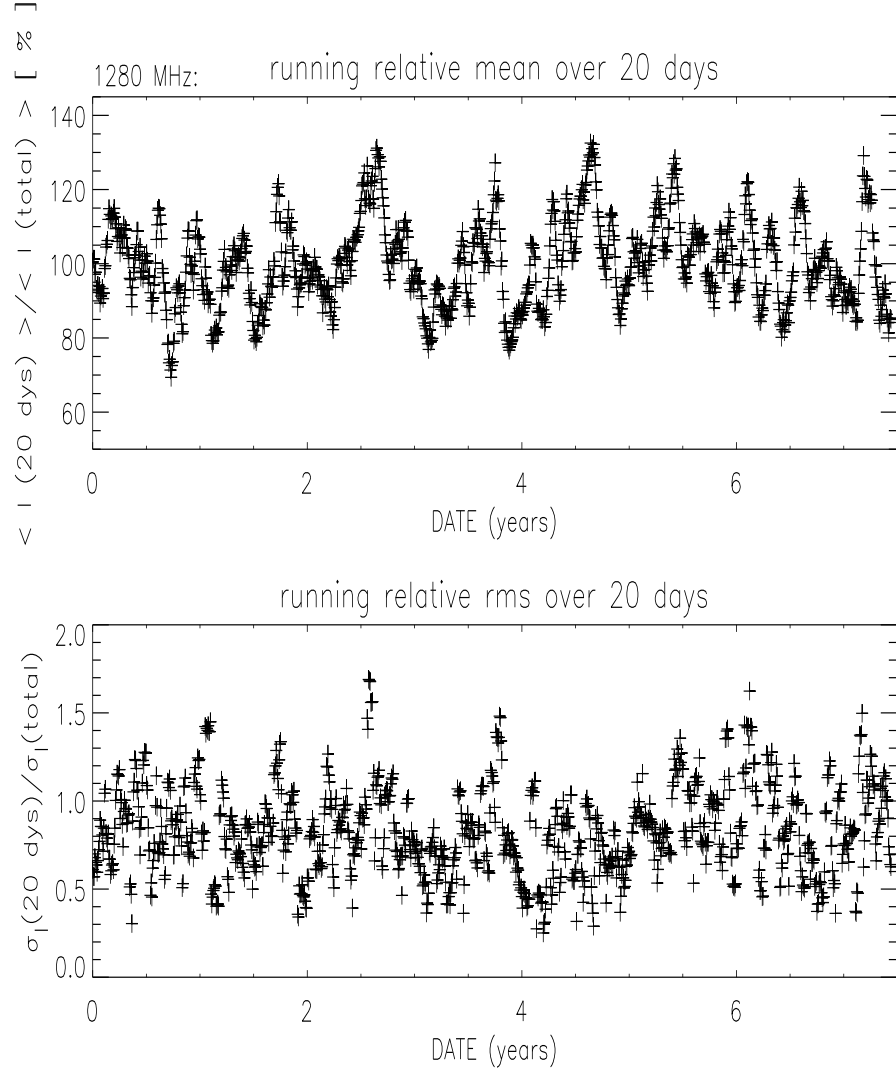


FIG. 5.27 – *Fig haut* : valeur moyenne relative de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations exprimée en pourcentage. *Fig bas* : le *rms* relatif de l'intensité sur 20 jours le long des $7\frac{1}{2}$ ans d'observations.

$\phi(x_1, y_1)$ (Objet); à partir des équation 5.11 et 5.12. Ceci permettrait d'avoir une image de la source (pulsar) à 2-D sans faire un calcul de 4-boucles pour l'intégration de l'IFK. Cette méthode de la TF permettrait d'intégrer toutes les structures turbulentes (réfractives et diffractives) de l'écran de phase. Ce calcul de la TF devrait se faire à plusieurs fréquences, par exemple 12, pour obtenir un spectre dynamique.

Le passage sur un "supercomputer" va permettre d'utiliser un nombre de points d'échantillonnage de l'écran $N > 8192$, ce qui n'était pas possible avec l' 'Alpha server' utilisé. On pourra donc utiliser un pas d'échantillonnage $\Delta r < r_{coh}$. Il faut noter que Armstrong *et al.* (1995) ont montré l'existence d'une échelle interne dans le spectre de puissance P_{3N} de

l'ordre de 10^6 m. Or dans notre simulation, on utilise un pas d'échantillonnage ~ 10 fois plus grand. Ce choix ne devrait pas influencer notre simulation. En effet, en direction de B1937+21 l'échelle de cohérence est $r_{coh} = 2.66 \cdot 10^7$ m et donc le fait de négliger les échelles plus petites que r_{coh} devrait peu influencer les speckles de diffractions des spectres dynamiques sur lesquels on moyenne l'intensité journalière. Cependant, il serait utile de le prouver par une simulation.

Chapitre 6

Conclusion

L'objectif de cette thèse est l'explication des événements ESEs par la turbulence *naturelle* du milieu interstellaire ionisé. Nous avons simulé la turbulence interstellaire par un écran de phase turbulent dans le cadre de l'approximation de l'écran mince. Contrairement à la plupart des modèles trouvés dans la littérature, notre étude ne tient pas compte d'une ou de plusieurs structures plasmas discrètes dans le milieu interstellaire. Elles sont parfois introduites d'une façon *ad hoc* et sans connaître a priori un processus de leur production.

On a fait une première simulation de l'intensité d'un pulsar avec un écran de phase turbulent à 1-D en optique géométrique et trouvé que les ESEs apparaissent avec un taux de production en bon accord avec ceux observés au radiotélescope de Nançay en direction du pulsar B1937+21. Par contre, les paramètres de la scintillation étaient moins consistants avec les observations. Motivés par les résultats de cette première simulation, nous avons alors effectué un calcul plus complet en optique ondulatoire dans le cas de l'approximation de Fresnel. On a utilisé un écran de phase turbulent à 2-D caractérisé par une loi de puissance. Ce calcul effectué sur un 'Alpha server' a été très lourd numériquement, aussi bien pour simuler l'écran de phase de 8.6-Gigapixels que pour le calcul de l'intensité sur $7\frac{1}{2}$ ans. Notre simulation n'a pas montré d'ESEs valables. On a donc déduit que la turbulence du MIS ionisé n'est pas responsable des ESEs profonds observés en direction de B1937+21. Cependant, des événements ressemblants à des ESEs sont apparus dans nos simulations et pas simultanément aux trois fréquences simulées. Or les ESEs observés en direction de B1937+21 apparaissent au même moment aux trois fréquences.

L'utilisation d'un écran de phase rectangulaire a été une limitation importante pour nos calculs, ce qui fait que notre résultat n'est pas conclusif. En effet, un tel écran produit une rupture de l'isotropie implicite pour l'utilisation d'une loi de puissance. En plus, il n'était pas suffisamment large pour tenir compte des fortes variations de la phase suivant y et qui favorisent les ESE's. Notre travail reste une première étape et très importante sur l'étude de la production des ESEs par la turbulence de Kolmogorov dans le MIS

ionisé. On a montré que nous sommes en mesure de simuler la scintillation d'un pulsar dans l'approximation de l'écran mince dans le cadre de la diffraction de Fresnel et sur des échelles astrophysiques.

Dans le même sens, Deshpande (2000), dans une étude sur les différences d'opacités de HI observées dans la Galaxie, a souligné le fait que toutes les échelles d'un unique spectre de puissance des fluctuations de l'opacité sont impliquées dans les différences d'opacités mesurées entre deux lignes de visée voisines. Or actuellement elles sont expliquées par des petits-nuages HI très denses par rapport au MIS et de tailles de quelques UA. Dans sa discussion, il considère que l'existence de ces nuages n'est pas concevable vu leurs surdensités. On peut faire le parallèle entre cette étude impliquant un spectre de puissance au lieu des nuages neutres et notre étude sur l'explication des ESEs avec un spectre de puissance sans introduire des nuages plasmas.

La prochaine étape pour l'étude des ESEs serait une simulation avec un écran de phase *géant* et de forme carré (e.g. pour 7 ans simulés : $2^{19} \times 2^{19} = 274\text{-Gigapixels}$) afin de préserver l'isotropie implicite par l'utilisation de la loi de puissance. En faisant une TF à 2D de la fonction de pondération et en incluant cette phase simulée (cf. § 5.2.2), on obtient une image à 2D du pulsar. Une simulation pareille devrait favoriser l'apparition des ESEs. Par contre, elle ne pourrait se faire que sur une machine beaucoup plus puissante qu'un 'Alpha server'.

Il serait intéressant de tester différentes valeurs de $\beta > 11/3$. En effet, dans les observations d'Armstrong et al. (1995), il n'est pas exclu la possibilité d'ajuster une courbe de spectre de puissance en $\beta = 4$ par exemple. En effet, une pente plus raide ($\beta > 11/3$) augmente l'intensité des basses fréquences spatiales (grandes échelles turbulentes dans le MIS) dans le spectre de puissance. Ceci pourrait également favoriser les ESE's (Lambert & Rickett, 2000).

Pour améliorer cette étude des ESE's, il serait utile d'introduire un algorithme de reconnaissance de la forme des ESE's et les caractériser ainsi statistiquement dans les courbes de lumières obtenues dans les simulations ou des observations.

Il faut noter que dans le calcul de l'intensité du pulsar à travers l'écran de phase, nous avons utilisé comme fonction de filtrage une fonction porte par simplicité mais le choix d'une fonction plus adéquate et fonction de r_s (e.g. Gaussienne de largeur à mi-hauteur de $2 r_s$) mérite une étude.

Une extension possible (et utile) de notre simulation consisterait en l'étude des ESEs observés en direction des sources extragalactiques (sources étendues). Il suffirait de convoluer l'image à 2D du pulsar (source ponctuelle) avec la distribution de brillance d'une source étendue (e.g. fonction Gaussienne à 2D) pour obtenir l'image de la source étendue (cf. Gwinn *et al.*, 1998). A partir de cette image de la source vue à travers l'écran de phase *géant* de Kolmogorov, on pourrait également explorer l'idée d'une

interprétation des ESEs observés en direction des sources extragalactiques par la turbulence interstellaire.

Bibliographie

- [1] S. K. Alurkar, A. D. Bobra, and O. B. Slee. *Australian Journal of Physics*, 39 :433–448, 1986.
- [2] J. W. Armstrong, W. A. Coles, and B. J. Rickett. *J. Geophys. Res.*, 105 :5149–5156, 2000.
- [3] J. W. Armstrong, W. A. Coles, B. J. Rickett, and M. Kojima. *ApJ*, 358 :685–692, 1990.
- [4] J. W. Armstrong, B. J. Rickett, and S. R. Spangler. *ApJ*, 443 :209–221, 1995.
- [5] W. I. Axford. *Space Science Reviews*, 14 :582–590, 1973.
- [6] P. R. Bevington. *Data Reduction and Error Analysis*. McGraw Hill, New York, 1969.
- [7] R. Blandford and R. Narayan. *MNRAS*, 213 :591–611, 1985.
- [8] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [9] A. W. Clegg, A. L. Fey, and T. J. W. Lazio. *ApJ*, 496 :253–266, 1998.
- [10] I. Cognard. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1993.
- [11] I. Cognard, G. Bourgois, J.-F. Lestrade, et al. *Nature*, 366 :320–322, 1993.
- [12] T. W. Cole, H. K. Hesse, and C. G. Page. *Nature*, 225 :712, 1970.
- [13] W. A. Coles. *Bulletin of the Astronomical Society of India*, 15 :38, 1987.
- [14] W. A. Coles et al. *J. Geophys. Res.*, 96 :1745–1755, 1991.
- [15] J. M. Cordes, A. Pidwerbetsky, and R. V. E. Lovelace. *ApJ*, 310 :737–767, 1986.
- [16] J. M. Cordes, J. M. Weisberg, and V. Boriakoff. *ApJ*, 288 :221–247, 1985.
- [17] J. M. Cordes and A. Wolszczan. *ApJ*, 307 :L27–L31, 1986.
- [18] J. M. Cordes, A. Wolszczan, R. J. Dewey, M. Blaskiewicz, and D. R. Stinebring. *ApJ*, 349 :245–261, 1990.
- [19] A. A. Deshpande. *MNRAS*, 317 :199–204, 2000.
- [20] R. D. Ekers and L. T. Little. *A&A*, 10 :310–316, 1971.
- [21] R. P. Feynman. *Lectures on Physics I*. Addison-Wesley Publishing Company, 1969.

- [22] R. Fiedler, B. Dennison, K. J. Johnston, E. B. Waltman, and R. S. Simon. *ApJ*, 430 :581–594, 1994.
- [23] R. L. Fiedler, B. Dennison, K. J. Johnston, and A. Hewish. *Nature*, 326 :675–678, 1987.
- [24] U. Frisch. *TURBULENCE; The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1996.
- [25] A. S. Fruchter, J. E. Gunn, T. R. Lauer, and A. Dressler. *Nature*, 334 :686–689, 1988.
- [26] T. C. Gold. *Nature*, 218 :731, 1968.
- [27] J. J. Goodman, R. W. Romani, R. D. Blandford, and R. Narayan. *MNRAS*, 229 :73–102, 1987.
- [28] J. W. Goodman. *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*. Masson et Cie, 1972.
- [29] Y. Gupta, B. J. Rickett, and W. A. Coles. *ApJ*, 403 :183–201, 1993.
- [30] Y. Gupta, B. J. Rickett, and A. G. Lyne. *MNRAS*, 269 :1035–1068, 1994.
- [31] C. R. Gwinn et al. *ApJ*, 505 :928–940, 1998.
- [32] A. M. Hamidouche and J.-F. Lestrade. *soumis à A&A*, 2002.
- [33] A. M. Hamidouche, J.-F. Lestrade, and I. Cognard. In *SF2A-2002*, June 2002.
- [34] D. J. Helfand, L. A. Fowler, and J. V. Kuhlman. *ApJ*, 82 :701–705, 1977.
- [35] A. Hewish, S.J. Bell, J.D. Pilkington, P.F. Scott, and R. A. Collins. *Nature*, 217 :709, 1968.
- [36] A. Hewish, A. Wolszczan, and D. A. Graham. *MNRAS*, 213 :167–179, 1985.
- [37] V. V. Izmodenov et al. *J. Geophys. Res.*, 104 :4731–4741, 1999.
- [38] S. Johnston, L. Nicastro, and B. Koribalski. *MNRAS*, 297 :108–116, 1998.
- [39] JPL/NASA. <http://www.jpl.nasa.gov/radioastronomy/>. Sources of Radio Frequency Emissions.
- [40] V. M. Kaspi, J. H. Taylor, and M. F. Ryba. *ApJ*, 428 :713–728, 1994.
- [41] S. R. Kulkarni and C. Heiles. Neutral hydrogen and the diffuse interstellar medium. In *Galactic and Extragalactic Radio Astronomy*, pages 95–153, 1988.
- [42] H. C. Lambert and B. J. Rickett. *ApJ*, 531 :883–901, 2000.
- [43] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *The Classical Theory of Fields*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1962.
- [44] R. B. Larson. *MNRAS*, 194 :809–826, 1981.
- [45] T. J. W. Lazio et al. *ApJ*, 534 :706–717, 2000.
- [46] T. J. W. Lazio, A. L. Fey, and R. A. Gaume. *Ap & SS*, 278 :155–158, 2001.

- [47] J.-F. Lestrade, I. Cognard, and F. Biraud. In *ASP Conf. Ser. 72 : Millisecond Pulsars. A Decade of Surprise*, pages 357–368, 1995.
- [48] J.-F. Lestrade, B. J. Rickett, and I. Cognard. *A&A*, 334 :1068–1084, 1998.
- [49] R. V. E. Lovelace. PhD thesis, Cornell University, 1970.
- [50] R. V. E. Lovelace, E. E. Salpeter, L. E. Sharp, and D. E. Harris. *ApJ*, 159 :1047–1055, 1970.
- [51] A. G. Lyne and F. Graham-Smith. *Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press (second edition), Cambridge, 1998.
- [52] V. Maitia. Thèse de doctorat, Université Paris VII, 1998.
- [53] V. Maitia, J.-F. Lestrade, and I. Cognard. *ApJ*, 582 :972–977, 2003.
- [54] R. Narayan. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 341 :151–165, 1992.
- [55] D. J. Nice and S. E. Thorsett. *ApJ*, 397 :249–259, 1992.
- [56] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff. *Phys. Rev.*, 55 :374–381, 1939.
- [57] W. H. Press et al. *Numerical Recipes in Fortran. The art of scientific computing*. Cambridge University Press, 1990.
- [58] M. B. Priestley. *Spectral Analysis and Time Series*. Academic Press, London, 1989.
- [59] S. O. Rice. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Tech. J.*, 23 :282–332, 1944.
- [60] B. J. Rickett. *Ann. Rev. Astr. Astrophys.*, 15 :479–504, 1977.
- [61] B. J. Rickett. In *AIP Conf. Proc. 174 : Radio Wave Scattering in the Interstellar Medium*, pages 2–16, 1988.
- [62] B. J. Rickett. *Ann. Rev. Astr. Astrophys.*, 28 :561–605, 1990.
- [63] B. J. Rickett, W. A. Coles, and G. Bourgois. *A&A*, 134 :390–395, 1984.
- [64] B. J. Rickett, A. G. Lyne, and Y. Gupta. *MNRAS*, 287 :739–752, 1997.
- [65] J. A. Roberts and J. G. Ables. *MNRAS*, 201 :1119–1138, 1982.
- [66] F. Roddier. *Prog. Optics*, 19 :281–376, 1981.
- [67] R. W. Romani, R. D. Blandford, and J. M. Cordes. *Nature*, 328 :324–326, 1987.
- [68] R. W. Romani, R. D. Blandford, and J. M. Cordes. *Nature*, 328 :324, 1988.
- [69] R. W. Romani, R. Narayan, and R. Blandford. *MNRAS*, 220 :19–49, 1986.
- [70] F. M. Ryba. PhD thesis, Princeton University, 1991.
- [71] M. F. Ryba and J. H. Taylor. *ApJ*, 380 :557–563, 1991.
- [72] S. M. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii. *Principles of Statistical Radiophysics 4*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [73] E. E. Salpeter. *ApJ*, 147 :433–448, 1967.

- [74] V. I. Shishov. *Soviet Astr*, 17 :598–602, 1974.
- [75] W. Sieber. *A&A*, 113 :311–313, 1982.
- [76] S. R. Spangler et al. *A&A*, 267 :213–228, 1993.
- [77] J. Stern et al. *Méthodes Pratiques d'étude des fonctions aléatoires*. DUNOD, 1967.
- [78] D. R. Stinebring. *ApJ*, 539 :300–316, 2000.
- [79] J. H. Taylor and J. M. Cordes. *ApJ*, 411 :674–684, 1993.
- [80] J. H. Taylor, R. N. Manchester, and A. G. Lyne. *ApJ.S.*, 88 :529–568, 1993.
- [81] L. G. Verschuur. *Interstellar Matters*. Springer Verlag. 1st Edition, 1989.
- [82] M. Walker and M. Wardle. *ApJ*, 498 :L125–L128, 1998.
- [83] A. Wolszczan and J. M. Cordes. *ApJ*, 320 :L35–LL39, 1987.

Annexe A

Relation entre les spectres de puissance P_{3N} et P_{1N}

Le spectre de puissance à 3 dimensions des fluctuations de densité électronique $\delta n_e(x, y, z)$ dans ce milieu est $P_{3N}(q_x, q_y, q_z) \sim C_n^2 q^{-\frac{11}{3}}$. Le point important à noter ici est que $P_{3N}(q_x, q_y, q_z)$ ne dépend que du module q . Nous allons d'abord établir la relation entre le spectre à trois dimensions $P_{3N}(q_x, q_y, q_z)$ et le spectre unidimensionnel $P_{1N}(q)$ dans le cas de la turbulence de Kolmogorov. Rappelons que $P_{3N}(q_x, q_y, q_z) = \langle \delta n_e^2 \rangle / dq_x dq_y dq_z$ ou en coordonnées sphérique $P_{3N}(q, \theta, \phi) = \frac{\langle \delta n_e^2 \rangle}{dv_{\mathbf{q}}}$. La quantité $\langle \delta n_e \rangle$ est le *rms* des fluctuations de la densité électronique pour le nombre d'onde q et $dv_{\mathbf{q}}$ est le "volume" élémentaire dans l'espace des fréquences spatiales associé au système de coordonnées sphériques choisi, c'est-à-dire $dv_{\mathbf{q}} = q^2 \cos \theta d\theta d\phi dq$. Il est alors très simple et pédagogiquement utile de retrouver les dimensions de P_{3N} sachant que δn_e est un nombre d'électrons par cm^{-3} :

$$[P_{3N}(q)] = \frac{[\langle \delta n_e^2 \rangle]}{[dv_{\mathbf{q}}]} = \frac{L^{-6}}{L^{-3}} = L^{-3} \quad (\text{A.1})$$

où L représente une longueur. On voit que la dimension obtenue, correspond bien à l'unité en ordonnée de la figure 3.2. On écrit l'énergie totale des fluctuations en intégrant sur tout le volume compris entre q_{ext} et q_{int} :

$$E_{\delta n_e} = \int_{q_{ext}}^{q_{int}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} P_{3N}(q) q^2 \cos \theta d\theta d\phi dq \quad (\text{A.2})$$

En considérant le milieu isotrope, on intègre sur θ et ϕ :

$$E_{\delta n_e} = \int_{q_{ext}}^{q_{int}} [4\pi q^2 P_{3N}(q)] dq \quad (\text{A.3})$$

On déduit l'expression du spectre de puissance unidimensionnel à partir du spectre tri-

dimensionnel dans le cas isotropique :

$$P_{1N}(q) = 4\pi q^2 P_{3N}(q) \quad (\text{A.4})$$

En remplaçant $P_{3N}(q, \theta, \phi)$ par son expression, on écrit :

$$P_{1N}(q) = 4\pi q^2 (C_N^2 q^{-\frac{11}{3}}) = 4\pi C_N^2 q^{-\frac{5}{3}} \quad (\text{A.5})$$

et on retrouve la loi de puissance en $\alpha = \frac{5}{3}$ du spectre unidimensionnel de Kolmogorov (3.4). On obtient la relation $\beta = \alpha + 2$ entre l'exposant du spectre à 3N et du spectre à 1N.

Annexe B

Algorithme pour le calcul de l'écran de phase

- Écriture de la matrice du spectre de puissance $P_{2\Phi}$

L'expression de la phase est :

$$\phi(x, y) = \lambda r_e \sqrt{2\pi N M \Delta r^2 L} \mathcal{F}_{\delta_{2D}}^{-1} \left[\sqrt{C_n^2 (q_x^2 + q_y^2)^{-\beta/2}} e^{i\varphi} \right] \quad (\text{B.1})$$

On s'intéresse au terme fonction de (q_x, q_y) de la transformée de Fourier inverse, qu'on note $P_2 = \sqrt{(q_x^2 + q_y^2)^{-\beta/2}} e^{i\varphi}$. On note le facteur constant $C_0 = \lambda r_e \sqrt{C_n^2 2\pi N M \Delta r^2 L}$. On écrit la forme discrète de P_2 comme :

$$P_2[x(m), y(n)] = [q_x^2(m) + q_y^2(n)]^{-\beta/4} e^{i\varphi[m,n]} \quad (\text{B.2})$$

ce qui donne :

$$P_2[m, n] = [(\Delta q_1(m-1))^2 + (\Delta q_2(n-1))^2]^{-\beta/4} e^{i\varphi[m,n]} \quad (\text{B.3})$$

où $\Delta q_1 = \frac{2\pi}{N_1 \Delta r}$ et $\Delta q_2 = \frac{2\pi}{N_2 \Delta r}$ sont les nombres d'ondes d'échantillonnages suivant les directions x et y respectivement.

Dans le cas d'une simulation d'un écran de phase rectangulaire représenté par une matrice de $N_1 \times N_2$ pixels, N_1 pixels suivant l'axe des x et N_2 pixels suivant l'axe des y ,

le champ P_2 est un tableau de $N_1 \times N_2$ pixels (N_1 lignes et N_2 colonnes).

Afin que le champ ϕ soit réel, sa TF doit être hermitienne, i.e. $\mathcal{F}_\phi(q) = [\mathcal{F}_\phi(-q)]^*$. On ne fixe alors que la moitié des termes du tableau complexe P_2 .

En effet, cette condition nécessite que les éléments du tableau complexe P_2 soient symétriques et conjugués par rapport à l'élément du centre $(N_1/2+1, N_2/2+1)$ sauf pour les éléments de la première colonne ($n = 1$) et de la première ligne ($m = 1$).

$N_2 \times N_1$	n=1	2 $N_2/2$	$N_2/2+1$	$N_2/2+2$. . . N_2
m=1	0	B	real[B]	B^*
2	A	G	0	H^*
.				
.				
$N_1/2$				
$N_1/2+1$	real[A]	0	R	0
$N_1/2+2$	A^*	H	0	G^*
.				
.				
N_1				

On fabrique d'abord la première colonne (n=1). On met le premier élément de cette colonne m=1 égal à 0, $P_2[1,1]=0$.

On calcule les $N_1/2-1$ éléments sur m=2, $N_1/2$ (notés **A** dans le Tableau ci-dessus). Les éléments restants (m= $N_1/2+2, N_1$) sont leurs complexes conjugués **A*** disposés symétriquement par rapport à l'élément du milieu $N_1/2+1$ qui est réel, noté $real[A]$ sa phase est $\varphi[N_1/2 + 1, 1] = \pi/2$. Ce tableau complexe unidimensionnel **A** s'écrit :

$$\mathbf{A}[m = 2 \dots N_1/2] = [\Delta q_1^2(m-1)^2]^{-\beta/4} e^{\varphi[m,1]}$$

Il faut noter que pour la fabrication de l'écran de phase à une dimension (chapitre 4), on a utilisé le modèle de cette première colonne pour le tableau 1D du spectre de puissance.

On calcule maintenant les valeurs de P_2 sur un premier quart du tableau entre les points m=2, $N_1/2$ et n=2, $N_2/2$, noté **G** dans le Tableau, et on déduit le quatrième quart entre les points m= $N_1/2+2, N_1$ et n= $N_2/2+2, N_2$ qui est le complexe conjugué du premier **G***. Les éléments **G*** sont disposés symétriquement aux éléments **G** par rapport à l'élément du centre $(N_1/2+1, N_2/2+1)$, qui est réel est vaut $R = (\Delta q_1^2(N_1/2)^2 + \Delta q_2^2(N_2/2)^2)^{-\beta/4}$. Le tableau complexe à 2 dimensions **G** s'écrit :

$$\mathbf{G}[m = 2 \dots N_1/2 ; n = 2 \dots N_2/2] = [(\Delta q_1(m-1))^2 + (\Delta q_2(n-1))^2]^{-\beta/4} e^{\varphi[m,n]}$$

De la même manière, on calcule le quart du tableau entre les points $m=2, N_1/2$ et $n=2, N_2/2$, noté **H** dans le Tableau, et on déduit les éléments du quart restant du Tableau **H*** qui sont leurs conjugués disposés symétriquement à **H** par rapport à l'élément du centre $(N_1/2+1, N_2/2+1)$, qui est nul. Le tableau complexe à 2 dimensions **H** s'écrit :

$$\mathbf{H}[m = N_1/2+2 \dots N_1 ; n=2 \dots N_2/2] = [(\Delta q_1(m-1))^2 + (\Delta q_2(n-1))^2]^{-\beta/4} e^{\varphi[m,n]}$$

Afin de compléter notre Tableau et satisfaire la condition A-3, on calcule les éléments de la première ligne, avec le même principe que la première colonne, d'abord entre $(n=2, N_2/2)$ notée **B** et on déduit ceux entre $(N_2/2+2, N_2)$ qui sont leurs conjugués **B*** disposés symétriquement par rapport à l'élément du milieu $(N_2/2+1)$ qui est réel, $real[\mathbf{B}]$ sa phase est $\varphi[1, N_2/2 + 1] = \pi/2$. Le tableau complexe unidimensionnel **B** s'écrit :

$$\mathbf{B}[n = 2 \dots N_2/2] = [(n-1)^2]^{-\beta/4} e^{\varphi[1,n]}$$

Pour satisfaire à la condition de conjugaison complexe, les (N_2-1) éléments de la ligne du milieu $(N_1/2+1)$ et les (N_1-1) éléments de la colonne du milieu $(N_2/2+1)$ doivent être nuls. L'élément du centre R est réel et s'écrit comme ceci $R = [C_1 (N_1/2)^2 + C_2 (N_2/2)^2]^{-\beta/2}$.

Finalement, pour le tableau P_2 , il faudrait générer $[N_2/2-1] \times [N_1-1]$ phases aléatoires φ pour **B**, **G**, et **H** et $[N_1/2-1]$ phases aléatoires pour **A**.

• Calcul de la transformée de Fourier

On peut appliquer la subroutine FFT à deux dimensions pour le calcul de la transformée de Fourier inverse de P_2 . Pour un tableau de grande taille, impliquant une mémoire RAM grande relativement à celle de la machine utilisée, on calcule la TF à une dimension sur les N_2 colonnes et on obtient un nouveau tableau provisoire. On calcule ensuite la TF à une dimension sur les N_1 lignes de ce tableau. On écrit cette TF à 2 dimensions comme :

$$p(k, l) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \sum_{m=-N_1/2}^{N_1/2} \sum_{n=-N_2/2}^{N_2/2} P_2(m, n) e^{-2\pi i[(ml/N_1)+(nk/N_2)]} \Delta q_1 \Delta q_2 \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned}
p(k, l) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N_1/2}^{N_1/2} \left[\frac{1}{2\pi} \sum_{m=-N_2/2}^{N_2/2} P_2(m, n) e^{-2\pi i[(nk/N_2)] \Delta q_2} \right] e^{-2\pi i[(ml/N_1)] \Delta q_1} \\
&= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N_1/2}^{N_1/2} [FFT_{1D_x}^{-1}[P_2(m, n)]] e^{-2\pi i[(ml/N_1)] \Delta q_1} \\
&= FFT_{1D_y}^{-1}[FFT_{1D_x}^{-1}[P_2(m, n)]] \tag{B.5}
\end{aligned}$$

Le calcul de la $FFT_{1D_x}^{-1}$ suivant x est effectué pour chacune des $N_2=N$ colonnes par paquet de L colonnes (Fig B.1) et d'après l'algorithme montré dans la figure B.2. Pour $FFT_{1D_y}^{-1}$ suivant y , le calcul est effectué pour chacune des $N_1=B \times N$ lignes par paquet de K lignes d'après l'algorithme montré dans la figure B.3. La TF à deux dimensions de P_2 est ainsi calculée.

On multiplie $p(k, l)$ par le facteur C_0 afin d'obtenir le champ de phase et on le stocke dans B fichiers binaires (Fig B.3).

- Nos calculs pour la construction de l'écran de phase et l'application de l'IFK à l'écran de phase sont fait en Fortran 90.

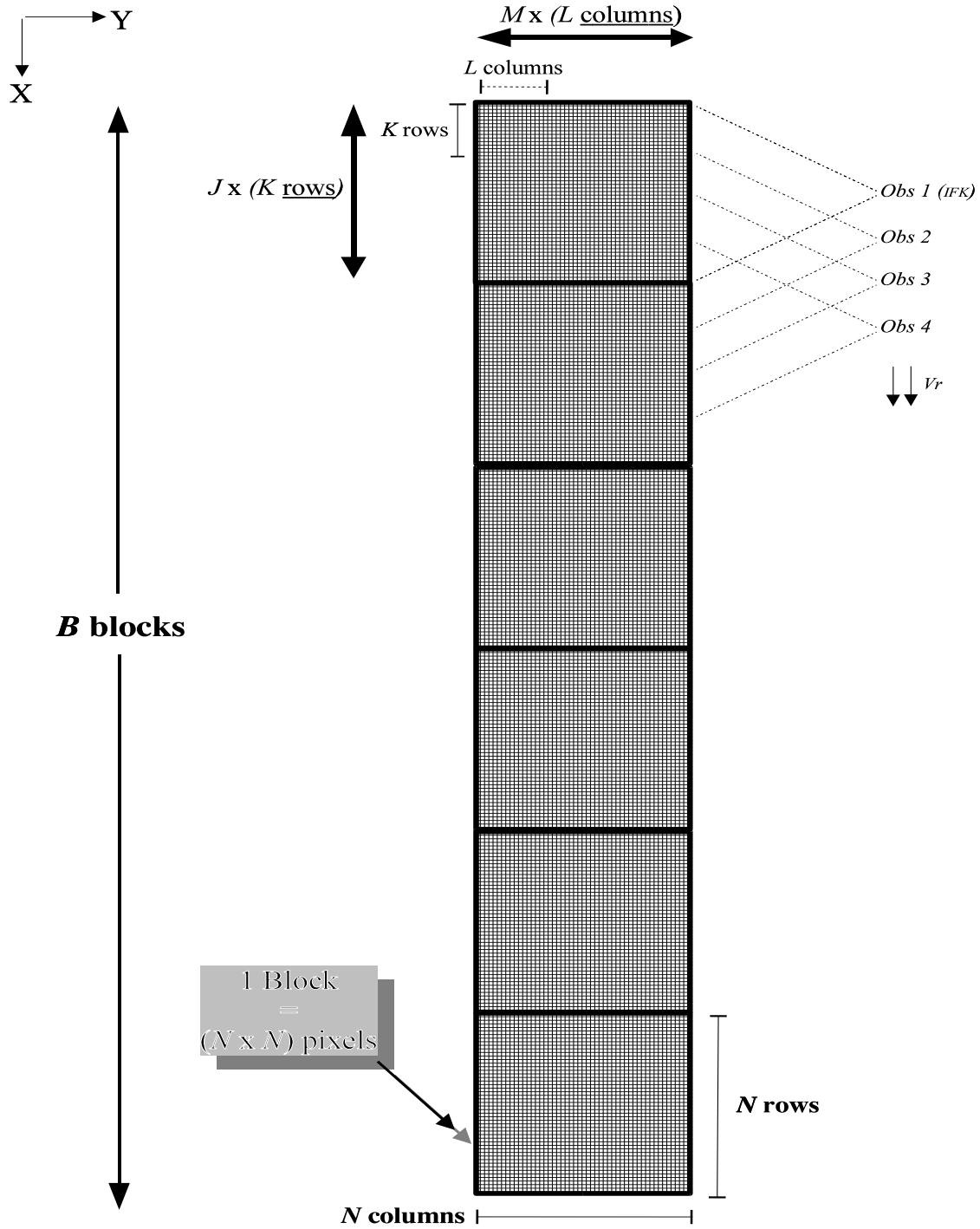
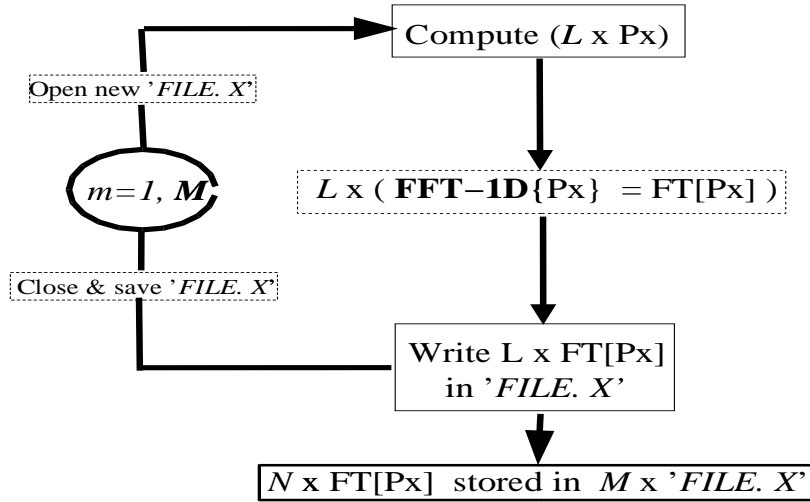


FIG. B.1 – Schéma montrant la structure du tableau $P_{2\Phi}$ à 2 dimensions, de taille $(B \times N) \times N$. Le tableau est organisé en B blocs de J sous-blocs et 1 sous-bloc = $[K \text{ lignes} \times N \text{ pixels}]$. L'IFK est intégrée sur J pavés successifs pour chaque observation simulée, et v_r est la vitesse relative entre la source et l'observateur simulés.

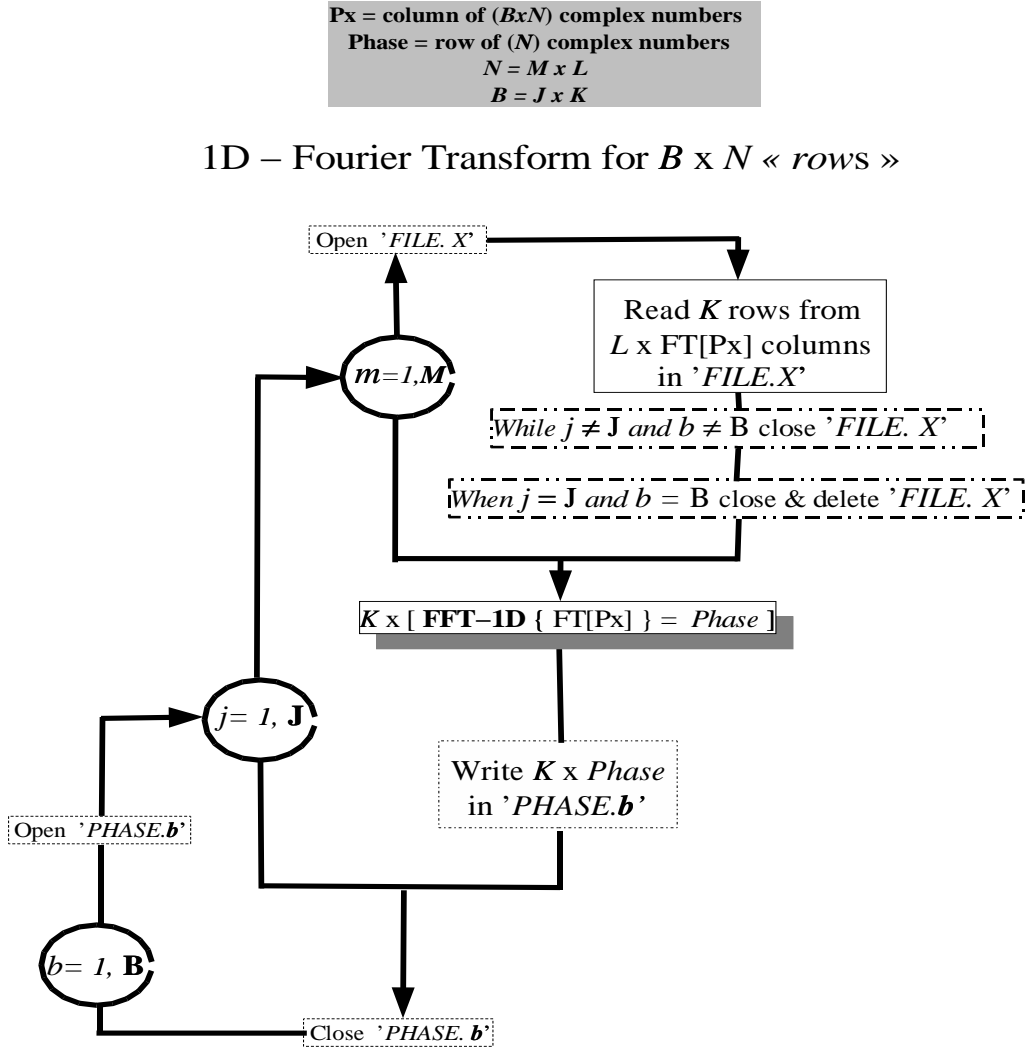
P_x = column of (*B* x *N*) complex numbers
FT = Fourier Transform
 $N = M \times L$
 $B = J \times K$

1D – Fourier Transform for *N* « columns »



1D – Fourier Transform for *N* « columns » computed and stored in *M* files

FIG. B.2 – Organigramme du calcul de la TF à 1 dimension des *N* colonnes à partir d'une sousroutine FFT à 1D. Le calcul est fait *M* fois par paquet de *L* colonnes et les TF sont sauvegardées simultanément dans *M* fichiers binaires *FILE.X*. Ces TF correspondent à $FFT_{1D_x}^{-1}$ dans l'équation B.5.



The 2D – Fourier Transform of a two–dimensional
 $B \times N \times N$ array computed and stored in B files

FIG. B.3 – Organigramme du calcul de la TF à 1 dimension des $B \times N$ lignes à partir d'une sousroutines FFT à 1D. Le calcul est fait $B \times J$ fois par paquet de K lignes et les TF sauvegardées simultanément dans des fichiers binaires $PHASE.b$, $b=1,B$. Ces TF correspondent à $FFT_{1D_y}^{-1}$ dans l'équation B.5.

Annexe C

Représentation de la distribution du champ ϕ

Le calcul du champ ϕ à partir de son spectre de puissance et d'une phase aléatoire uniformément répartie entre 0 et 2π n'est faisable que si le processus qu'on veut produire est Gaussien. Ceci afin que ses moments d'ordres impairs soient nuls et les pairs se déduisent du moment d'ordre 2 qui est le spectre de puissance.

- On génère à partir de la machine qu'on utilise 2^{19} nombres aléatoires compris entre 0 et 1. On les multiplie par 2π afin d'avoir une phase φ . On calcule la distribution de cette phase sur 128 boîtes qu'on montre dans la figure C.1. On calcule le rapport entre le *rms* et la moyenne de l'histogramme de φ et on trouve une valeur de ~ 0.01 . Cette variation relative de l'histogramme de 1% nous permet de considérer que la distribution est uniforme.

- On construit 1024 écrans de phases différents carrés et de tailles de $1k \times 1k$ pixels. Pour chaque écran, on génère un nouveau tableau φ différent. On choisit une phase de coordonnées (i_0, j_0) sur chacun des 1024 écrans. On calcule ensuite la distribution sur 32 boîtes de ces 1024 phases, (i_0, j_0) , qu'on montre dans la figure C.2. On ajuste au graphique obtenu une courbe Gaussienne dont la forme est définie par l'équation suivante :

$$G[bin] = A_0 \exp\left[-\left(\frac{bin - A_1}{A_2}\right)^2/2\right] + A_3$$

Les valeurs obtenues¹ pour les 4 paramètres de cette fonction sont $A_0=62.6$, $A_1=-358.2$, $A_2=3306.6$ et $A_3=-2.1$.

¹Le calcul de ces valeurs est fait à partir d'une procédure intrinsèque d'IDL.

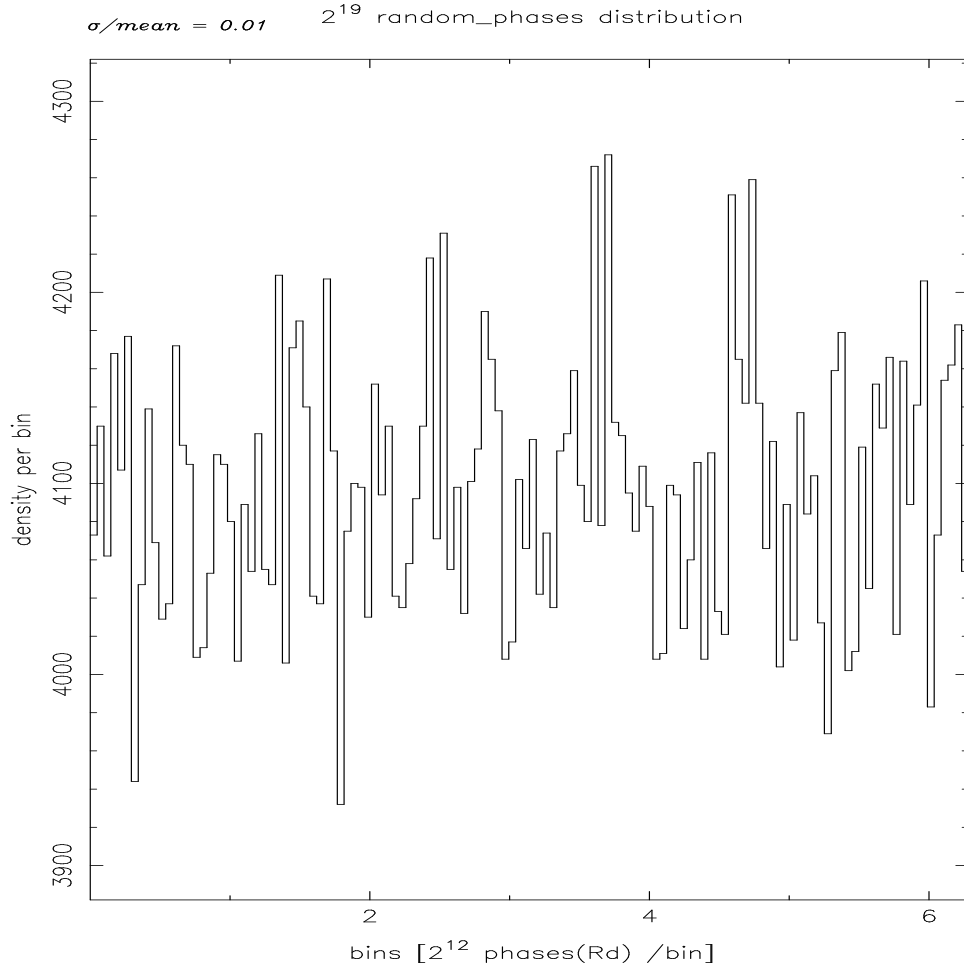


FIG. C.1 – La distribution de 2^{19} phases aléatoires sur 128 boîtes. Sa variation relative est de 1% on la considère comme étant uniforme.

On fait un test de χ^2 dans ce cas et on trouve $\chi^2 = 23.74$. Avec un nombre de degrés de libertés $\nu=27$, sa valeur normalisée est $\chi_n^2 = 0.87$. Il est donc probable à $\sim 70\%$ que le processus que l'on a généré soit Gaussien (cf. Bevington, 1969).

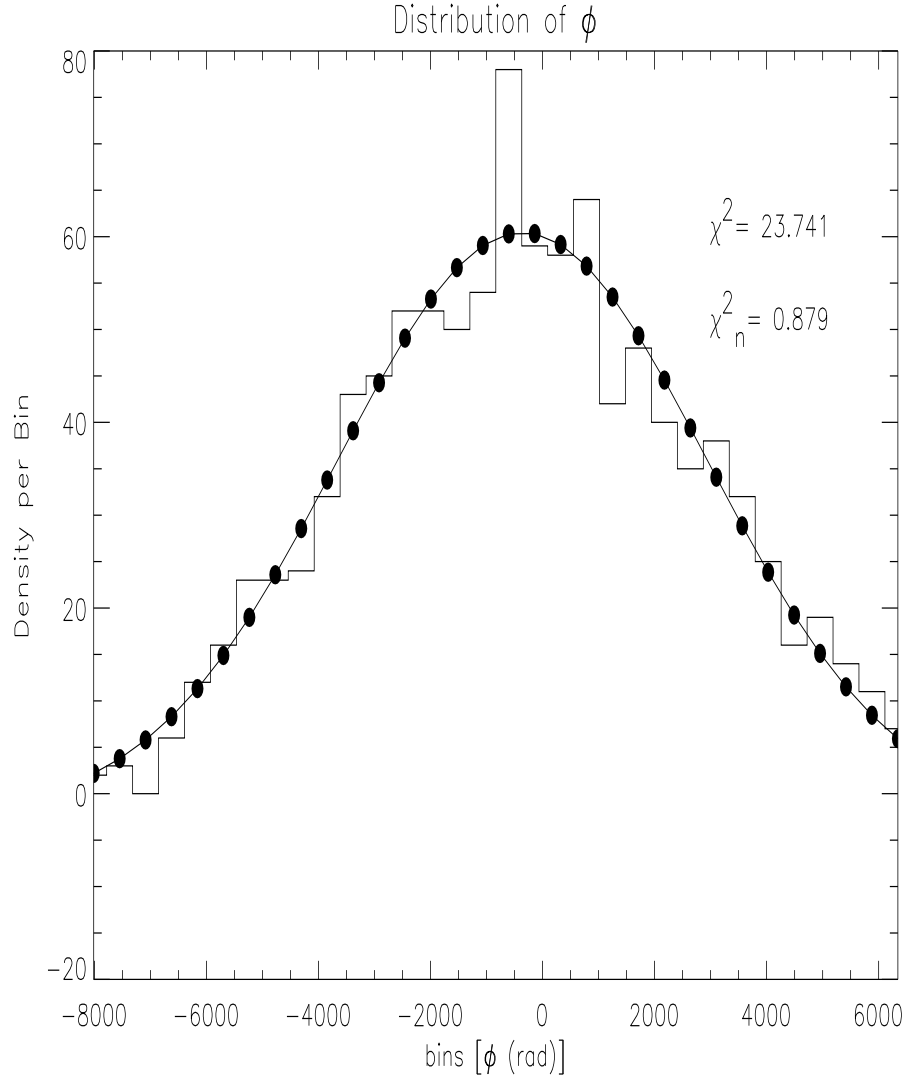


FIG. C.2 – La distribution de 1024 phases ϕ sur 32 boites. La courbe en trait et points est un ajustement d'une fonction Gaussienne sur l'histogramme de ϕ .

Annexe D

The P_{3N} - $P_{2\Phi}$ relationship

The 2D Fourier transform of the phase field fluctuations $\phi(x, y)$ is defined as :

$$\mathcal{F}_{\phi}(q_x, q_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, y) e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy \quad (\text{D.1})$$

The 3D Fourier transform of the electron density fluctuations $\delta_{ne}(x, y, z)$ is defined as :

$$\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{ne}(x, y, z) e^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} dx dy dz \quad (\text{D.2})$$

$q_x = \frac{2\pi}{x}$, $q_y = \frac{2\pi}{y}$ and $q_z = \frac{2\pi}{z}$ are defined as wavenumbers.

We want to write a relationship between the 2D phase power spectrum and the 3D electron density power spectrum and then we put $q_z=0$ in equation D.2. This allows us to have a cut in the electron density power spectrum. We write then eq D.2 as :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z = 0) \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{ne}(x, y, z) e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

We divide and multiply the right term of this equation by λr_e and write it again as :

$$\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z = 0) = \frac{1}{\lambda r_e} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \lambda r_e \delta_{ne}(x, y, z) dz \right] e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy$$

The inhomogeneities are enclosed in the turbulent screen of a thickness L and $\delta_{ne} = 0$ out of the screen and then the integral over z will vary over the interval $0 < z < L$:

$$\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z = 0) = \frac{1}{\lambda r_e} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^L \lambda r_e \delta_{ne}(x, y, z) dz \right] e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy$$

On the other hand, the phase field is defined as $\phi(x, y) = \int_0^L \lambda r_e \delta_{ne}(x, y, z) dz$, it follows that

$$\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z = 0) = \frac{1}{\lambda r_e} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, y) e^{i(q_x x + q_y y)} dx dy \quad (\text{D.4})$$

By replacing the equation D.1 in the equation D.4, we may write it as :

$$\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z = 0) = \frac{1}{\lambda r_e} \mathcal{F}_{\phi}(q_x, q_y) \quad (\text{D.5})$$

The 3D power spectrum of $\delta_{ne}(x, y, z)$ averaged over the volume v is defined as :

$$P_{3N}(q_x, q_y, q_z) = \frac{|\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z)|^2}{v} \quad (\text{D.6})$$

$v = X Y Z$ is the volume where $\delta_{ne}(x, y, z)$ is finite. We can write it as $|\mathcal{F}_{\delta_{ne}}(q_x, q_y, q_z)|^2 = X Y Z P_{3N}(q_x, q_y, q_z)$ **(A)**.

The 2D power spectrum of $\phi(x, y)$ averaged over the surface s is defined as :

$$P_{2\Phi}(q_x, q_y) = \frac{|\mathcal{F}_{\phi}(q_x, q_y)|^2}{s} \quad (\text{D.7})$$

$s = X Y$ is the surface area where $\phi(x, y)$ is finite and write it again as $|\mathcal{F}_{\phi}(q_x, q_y)|^2 = X Y P_{2\Phi}(q_x, q_y)$ **(B)**.

By replacing the equations **(A)** with $(q_z=0)$ and **(B)** in the modulus square of eq C.5 and we can write :

$$X Y Z P_{3N}(q_x, q_y, q_z = 0) = \left(\frac{1}{\lambda r_e}\right)^2 X Y P_{2\Phi}(q_x, q_y) \quad (\text{D.8})$$

with $Z=L$ we write the last equation as :

$$P_{2\Phi}(q_x, q_y) = L (\lambda r_e)^2 P_{3N}(q_x, q_y, q_z = 0) \quad (\text{D.9})$$

In comparison with Lovelace relationship 3.38 (section 3.4), in equation D.9 above factor 2π doesn't appear. Therefore, we come to realize that P_{3N} is specified only for a range of wavenumbers $2\pi/l_{outer} < q < 2\pi/l_{inner}$ and for our demonstration we should do integrals from $-\infty$ to $+\infty$ where δ_{n_e} is not obviously defined. To compensate this singularity $q \ll 2\pi/l_{inner}$, we should do just like Lovelace and smooth the power spectrum by some function which decreases rapidly enough for $q \ll 2\pi/l_{inner}$. Finally, we have used the Lovelace relationship for our simulation of Kolmogorov phase screen.

Annexe E

Article :

Attempt to simulate Extreme Scattering
Events by the turbulent ionised Interstel-
lar Medium in the direction of the pulsar
B1937+21

Article soumis à A&A¹ :

¹pré-imprimé - AASTeX.